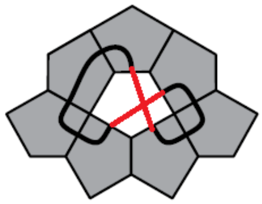
Uitwerkingen wizEXPERT 2024



1. C Merk op dat de vijfhoeken in vergelijking met de opening $180°$ gedraaid zijn. De kromme intekenen laat nu zien dat vijfhoek C ontbreekt.

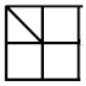
2. C $38 = 4 \cdot 10 - 2$, $38 = 6^2 + 2$ en $38 = 2 \cdot 19$.

3. E De zes gelijke stukken hebben allemaal een hoek van $\frac{360°}{6} = 60°$. De vijf tussenhoeken zijn dan samen $60°$, dus per stuk $\frac{60°}{5} = 12°$.

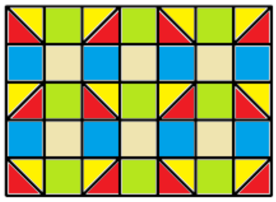
4. D De lijn $y = x + 1$ snijdt de x-as voor $x = -1$ (en $y = 0$) en de y-as voor $y = 1$ (en $x = 0$).

5. C De kansen op een 1 en op een 6 zijn samen $1 - 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$. De kans op een 6 is daarom $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.

6. A $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15} = 4 \cdot 16^{15} = 4 \cdot (4^2)^{15} = 4^{31}$



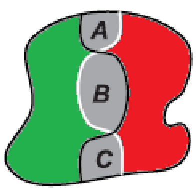
7. C In het stukje hiernaast moet elke tegel een andere kleur krijgen. Er zijn dus minstens vijf kleuren nodig. Dat dit ook voldoende is zie je daaronder.



8. B Na de eerste zet zijn precies vier glazen omgedraaid en twee niet. Bij de tweede zet kun je nooit precies zes omgekeerde glazen krijgen. Dus je hebt minstens drie zetten nodig. Het lukt ook met drie zetten: RRRRRR → RROOOO → RORRRO → OOOOOO

9. C De getallen in de rij zijn van de vorm $6^a \cdot 10^b = (2 \cdot 3)^a \cdot (2 \cdot 5)^b = 2^{(a+b)}3^a5^b$

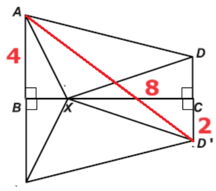
10. E Beide sporen verdelen het park in twee gebieden waarvan de oppervlakte de helft is van het park. Kijk naar het plaatje: links van het witte spoor heeft oppervlakte groen $+A + C$, links van het zwarte spoor groen$+B$. Dus is zeker $A + C = B$.



11. C Als B waar zou zijn, dan is ook A waar. Dus is B niet waar.
Stel D is waar. Dan is n priem en is ook E waar. Dus D is niet waar.
Stel E is waar. Dan is n dus nu zeker oneven (want $n \neq 2$), waarmee ook C waar zou zijn. Dus is ook E niet waar.
Als A waar zou zijn (en C dus niet), dan is n even, en zou ook B waar zijn. Dus is ook A niet waar.
Maar dan is C dus zeker waar.

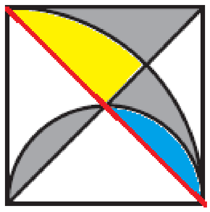
12. B. Driehoek BMS is gelijkvormig met driehoek BAC, maar half zo groot (immers $BM = \frac{1}{2}BA$ en $BS = \frac{1}{2}BC$).
Dus is $MS = \frac{1}{2}AC$. Net zo zijn MN, NP, PQ, QR en RS de helft van de zijden BC, AD, AC, AB en DC.
De lengte van $MNPQRSM = \frac{1}{2}(10 + 5 + 6 + 7 + 8 + 6) = 21$.

13. A Spiegel in de lijn BC. Je ziet dan dat $AX + DX$ even lang is als het gebroken pad AXD', welke minimaal is als dat een rechte lijn is. Volgens Pythagoras is de lengte dan $\sqrt{(4+2)^2 + 8^2} = 10$.

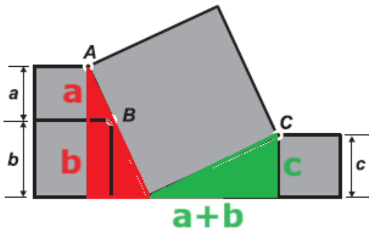


14. E De totale oppervlakte van de zijvlakken is $6 \cdot 3^2 = 54$. De zwarte oppervlakte moet daarom 27 zijn. Met zo weinig mogelijk zwarte kubusjes kan dit door 8 kubusjes te plaatsen op de hoekpunten van de grote kubus, 1 in het midden van een ribbe en 1 in het midden van een vlak. Totaal dus 10 zwarte kubusjes.

15. A Trek de andere diagonaal van het vierkant. Je ziet dan dat twee grijze stukken te verplaatsen zijn zodat precies een kwart van het vierkant wordt opgevuld. De oppervlakte van het grijze gebied is daarom $\frac{1}{4} \cdot 6^2 = 9$.



16. C Zie de figuur hiernaast. De rode en de groene rechthoekig driehoek hebben als schuine zijde een zijde van het vierkant. Ze zijn congruent en de twee rechthoekszijden zijn respectievelijk $a + b$ en c, de schuine zijde is dus $\sqrt{(a+b)^2 + c^2}$



17. A Maak de breuken gelijknamig en je ziet dat breuk A de grootste is (immers $q > p > 0$): $\frac{p+3q}{4} = \frac{3p+9q}{12}$; $\frac{p+2q}{3} = \frac{4p+8q}{12}$; $\frac{p+q}{2} = \frac{6p+6q}{12}$; $\frac{2p+q}{3} = \frac{8p+4q}{12}$ en $\frac{3p+q}{4} = \frac{9p+3q}{12}$.

18. E Er zijn 900 getallen van precies drie cijfers $(100,\ 101,\quad ,999)$.
Er zijn $6 \cdot 7 \cdot 7 = 294$ getallen van drie cijfers zonder die geen 1, 2 of 3 bevatten (vooraan mag uiteraard ook de 0 niet).
Er zijn dus $900 - 294 = 606$ getallen met minstens één van de cijfers 1, 2 en 3.

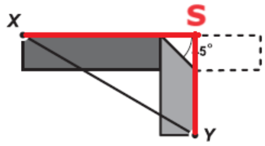
19. B Het gemiddelde van de gehele getallen pq en rs eindigt op $,00$ of $,50$. Dus stelt het tweecijferig getal rs 00 of 50 voor. Het gemiddelde van pq en 00 is zeker minder dan $pq,00$, dus moet rs 50 voorstellen en $r = 5$ en $s = 0$. Het gemiddelde van pq en 50 kan dan alleen maar $pq,50$ zijn als pq 49 voorstelt. Dus het getal N is $N = 4950$ met cijfersom 18.

20. D Stel de lengte van de kaarsen is L. Dan is na t uur de lengte van de kaars die in 4 uur opbrandt gelijk aan, de lengte van de andere kaars is dan $L - \frac{L}{5} \cdot t$. Omdat deze kaars langer brandt, is het ook de langste kaars op het moment dat de lengtes een factor 3 verschillen. Dus moet
$L - \frac{L}{5} \cdot t = 3\left(L - \frac{L}{4} \cdot t\right)$, ofwel $L\left(1 - \frac{1}{5}t\right) = 3L\left(1 - \frac{1}{4}t\right) \Rightarrow 1 - \frac{1}{5}t = 3 - \frac{3}{4}t \Rightarrow \frac{11}{20}t = 2$
Dus moet $t = \frac{40}{11}$

21. B We kijken naar twee kaarten met verschillend teken er voor, de eerste met het getallenpaar (a, A) waarbij $a < A$ en de tweede met het getallenpaar (b, B) waarbij $b < B$.
Als $a - B < b - A$, dan $a + A < b + B$ (en omgekeerd). Dus we krijgen de kleinst mogelijke uitkomst als de kaarten met de kleinste totalen $a + A$ met het kleinste getal zichtbaar achter een + komen en die met de grootste totalen achter een – met het grootste getal zichtbaar.
De kleinste uitkomst is daarom $3 + 0 + 7 - 12 - 14 - 10 = -26$.

22. E Noem de gemeenschappelijke oplossing g.
Dan $ag^2 + bg + c = bg^2 + ag + c = 0$. Hieruit volgt $ag^2 - bg^2 + bg - ag = 0 \Rightarrow$ $g(ag - bg + b - a) = 0 \Rightarrow g(a - b)(g - 1) = 0 \Rightarrow g = 0$ of $a = b$ of $g = 1$.
$g = 0$ kan niet, want dan zou $c = 0$, maar $c \neq 0$.
$a = b$ kan ook niet, want $a \neq b$.
Dus $g = 1$, zodat $0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c$.

23. D Als we de strook papier anders vouwen zodat YS even lang wordt als XS nu (en dus XS even lang als YS nu), dan blijft XY even lang. Op grond van symmetrie is XY dus zo klein mogelijk als $XS = YS = \frac{12+2}{2} = 7$. In dat geval is $XY = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$.

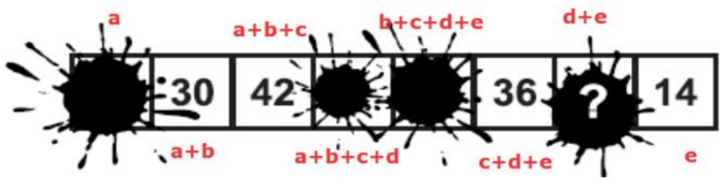


24. D De kans op geen enkele 12 met n dobbelstenen is gelijk aan $\left(\frac{11}{12}\right)^n$, de kans op precies één keer 12 en 11 keer niet is $n \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^{n-1}$. Dus moet $n \cdot \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$, ofwel $n = 11$.

25. A Invullen van $x = 5$ geeft $p(6) = p(5+1) = 5^2 - 5 + 2p(6)$, ofwel $p(6) = -20$. Invullen van $x = 0$ geeft nu $p(1) = p(0+1) = 2p(6) = -40$. De som van de coëfficiënten is gelijk aan $p(1)$, dus aan -40.

26. A $2^y = 7 = 6^z = (2 \cdot 3)^z = 2^z \cdot 3^z = 2^z \cdot (2^x)^z = 2^{z+xz}$, dus $y = z + xz = z(1+x)$, zodat $z = \frac{y}{1+x}$.

27. A Als we a keer een 1 bij de getallen in de eerste vier vakjes optellen, b keer bij de tweede vier, c keer bij de derde vier, d keer bij de vierde vier en e keer bij de laatste vier, dan krijgen we het resultaat van hiernaast.



Uit $a + b = 30$ en $a + b + c = 42$ volgt $c = 12$. Maar $c + d + e = 36$ geeft dan $d + e = 24$.

28. E Stel n een nulpunt is. Neem x zodat $20 - x = n$. Dan is $f(20 - x) = f(n) = 0$, dus ook $f(22 + x) = 0$. Dus is ook $22 + x = 42 - (20 - x) = 42 - n$ een nulpunt en de som van de nulpunten is 42.
Overigens, n en $42 - n$ kunnen niet hetzelfde nulpunt zijn: als $n = 42 - n$, dan zou $n = 21$. In dat geval zou er nog een nulpunt $m \neq 21$ moeten zijn maar dan is ook $42 - m$ een nulpunt. Een derde, maar er waren er precies twee.

29. D Denk aan de punten op een klok. Drie punten vormen dan een driehoek met een hoek van $45°$ precies dan als twee van de punten precies drie uren verschillen en het derde uur ligt er niet tussen (de middelpuntshoek is dan $90°$). Kies nu een eerste punt (dat kan op 12 manieren), kies het tweede drie plaatsen verder met de klok mee en daarna het derde (kan dan nog op 8 manieren). Het aantal driehoeken is dan $12 \cdot 8 = 96$, maar je telt nu de 12 gelijkbenige driehoeken dubbel. Er blijven $96 - 12 = 84$ driehoeken over.

30. B $6^3 = 216$**,** dus $6^6 = 216^2 > 200^2 = 40000$, een getal van al vijf cijfers. De cijfers a, b, c en d zijn dus allemaal ≤ 5. Als alle cijfers hooguit 4 zouden zijn, dan is het getal maximaal $4 \cdot 4^4 = 4 \cdot 256 = 1024$. In dat geval is $a = 1$, maar dan is het getal maximaal $1^1 + 3 \cdot 4^4 = 1 + 3 \cdot 256 = 769$, een getal van maar drie cijfers. Dus het getal bevat zeker een cijfer 5. Twee cijfers 5 kan weer niet: $2 \cdot 5^5 = 2 \cdot 3125 = 6250$ en dan zou a alweer minstens 6 zijn. Dus N bevat precies één 5 en drie keer een 4 of minder en is dus maximaal $5^5 + 3 \cdot 4^4 = 3125 + 3 \cdot 256 = 3125 + 768 = 3893$, maar ook minstens $5^5 = 3125$. Dus moet $a = 3$. (Voor de liefhebber: $N = 3435$.)