Uitwerkingen wizEXPERT 2022

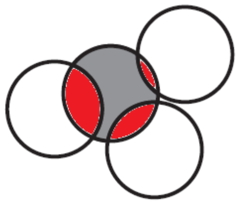
1. B Teddy en Lily zijn beiden ouder dan Bella, terwijl Charlie jonger is.

2. E In het diagram van E zijn drie apps evenveel als vorige week gebruikt.

3. D 15 is maar op één manier te schrijven als product van 10 cijfers: $15 = 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \ldots \cdot 1$ (met 8 cijfers 1), de som is $5 + 3 + 1 + 1 + \cdots + 1 = 16$.

4. B $8 \cdot 13 = 104$ en $76 \cdot 13 = 988$, er zijn $76 - 8 + 1 = 69$ positieve gehele getallen van drie cijfers deelbaar door 13.

5. D Zie de figuur hiernaast. De rode gebieden hebben elk twee gelijke randen, dus de omtrek van het grijze gebied is gelijk aan de omtrek van een cirkel met straal 1.

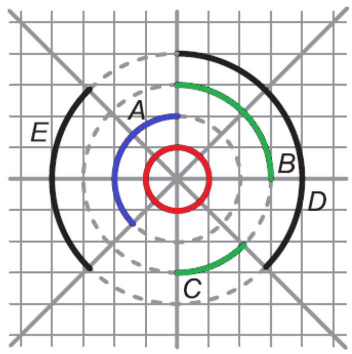


6. B 2, 20, 22, 200, 202, **220**, 222, 2000, 2002, 2020, 2022.

7. D De eerstvolgende keer dat alle cijfers verschillend zijn is bij de meterstand $92{,}013$. Er is dan $92{,}013 - 91{,}876 = 0{,}137$ m^3 water verbruikt.

8. A Alle reële kwadraten zijn ≥ 0, dus moeten $(x-2)^2 = 0$ én $(x+2)^2 = 0$. Maar dat is onmogelijk.

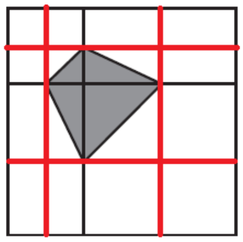
9. E Zie de figuur hiernaast. De rode cirkel heeft straal 1, dus de lengte is $2\pi \cdot 1 = 2\pi$.
De blauwe cirkelboog A is $\frac{3}{8}$ deel van een cirkel met straal 2 en heeft de lengte $\frac{3}{8} \cdot 2\pi \cdot 2 = 1\frac{1}{2}\pi$.
De groene cirkelboog B is $\frac{1}{4}$ deel van een cirkel met straal 3 en heeft de lengte $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 3 = 1\frac{1}{2}\pi$.
De groene cirkelboog C is $\frac{1}{8}$ deel van een cirkel met straal 3 en heeft de lengte $\frac{1}{8} \cdot 2\pi \cdot 3 = \frac{3}{4}\pi$.
De zwarte cirkelboog D is $\frac{3}{8}$ deel van een cirkel met straal 4 en heeft de lengte $\frac{3}{8} \cdot 2\pi \cdot 4 = 3\pi$.
De zwarte cirkelboog E is $\frac{1}{4}$ deel van een cirkel met straal 4 en heeft de lengte $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 = 2\pi$.



10. E b^3 en b^5 hebben hetzelfde teken. Dat geldt ook voor c^2 en $c^{-4} = \frac{1}{c^4}$. Dus moeten a^4 en a^3 een verschillend teken hebben, wat alleen maar het geval is als $a < 0$.

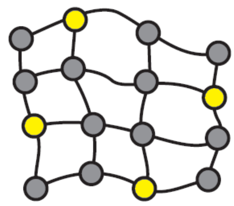
11. D Stel $AB = x$, $BC = y$ en $CD = z$. Dan is de afstand van het midden van AB tot het midden van CD gelijk aan $\frac{1}{2}x + y + \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}(x + 2y + z) =$
$= \frac{1}{2}(x + y + y + z) = \frac{1}{2}(AC + BD) = 6 + 9 = 15$ cm.

12. D Teken horizontale en verticale lijnen door de hoekpunten van de grijze vierhoek zoals hiernaast. Je ziet dan dat elk grijs deel van de twee kleinere vierkanten en de twee gelijke rechthoeken een $\frac{1}{8}$ deel is van de/het betreffende rechthoek of vierkant. De oppervlakte van het grote vierkant is daarom $8 \cdot 3 = 24$ en het niet-grijze deel heeft oppervlakte $24 - 3 = 21$.

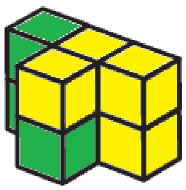


13. D $2^{2021} + 2^{2022} = 2^{2021} + 2 \cdot 2^{2021} = 3 \cdot 2^{2021} = 3 \cdot 4 \cdot 2^{2019} = 12 \cdot 2^{2019}$ en
$3^{2021} + 3^{2022} = 3^{2021} + 3 \cdot 3^{2021} = 4 \cdot 3^{2021} = 4 \cdot 3 \cdot 3^{2020} = 12 \cdot 3^{2020}$

14. B Iedere stad is verbonden met maximaal 4 andere steden. Een centrale kan daarom maximaal 5 steden bedienen. $\frac{16}{5} > 3$, er zijn dus minimaal 4 centrales nodig. 4 centrales is ook voldoende, zie het plaatje hiernaast.



15. A



16. D Je kunt de indeling in de eerste ronde als volgt zien: A1-A2, A3-A4, B1-B2, B3-B4, waarbij de wedstrijden in de tweede ronde worden gespeeld door de A-winnaars tegen elkaar en de B-winnaars tegen elkaar. Martina haalt de finale als zij niet dezelfde letter heeft als Ash. De kans daarop is $\frac{4}{7}$.

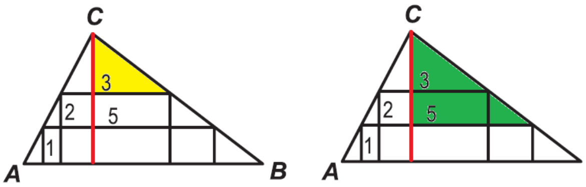
17. C Als we de kubus in 3 horizontale plakken snijden, dan krijgen we 3 keer een boven- en een ondervlak met dezelfde oppervlakte als die van het boven- en ondervlak van de kubus. Iets soortgelijks gebeurt als we 3 verticale plakken van voor naar achter en als 3 verticale plakken van links naar rechts maken. Elk zijvlak van de kubus krijgen we dus 3 keer.

18. B De som van de vijf getallen is $5 \cdot 24 = 120$. De som van de drie kleinste getallen is $3 \cdot 19 = 57$ en de som van de drie grootste getallen is $3 \cdot 28 = 84$. In deze laatste twee sommen is het middelste getal (de mediaan) bij beiden geteld, de mediaan is daarom $57 + 84 - 120 = 21$.

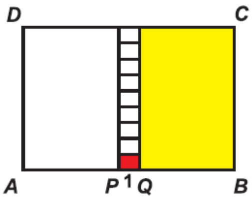
19. C Voor de punten (x, y) op de cirkel geldt $x^2 + y^2 = 25$. Als x en y beiden geheel moeten zijn, dan kan dat alleen in de volgende gevallen:

- $x = 0$ en $y = \pm 5$, geeft 2 punten;
- $x = \pm 3$ en $y = \pm 4$, geeft $2 \cdot 2 = 4$ punten;
- $x = \pm 4$ en $y = \pm 3$, geeft ook 4 punten en
- $x = \pm 5$ en $y = 0$, geeft 2 punten.

20. D Teken de hoogte h vanaf C. Je kunt dan twee gelijkvormige driehoeken herkennen: links de gele met hoogte $h - 2$ en basis 3 en rechts de groene met hoogte $h - 1$ en basis 5. Vanwege de gelijkvormigheid hebben we dan $\frac{h-2}{h-1} = \frac{3}{5}$, dus $5(h - 2) = 3(h - 1)$, waaruit volgt $h = \frac{7}{2}$.

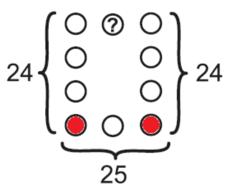


21. D Stel de hoogte van het rode rechthoekje is h. Dan is $AD = BC = 9h$. Rechthoek $ABCD$, de gele rechthoek en de rode rechthoek zijn gelijkvormig, dus is voor al deze rechthoeken de hoogte gedeeld door de lengte gelijk: $\frac{9h}{AB} = \frac{BQ}{9h} = \frac{h}{1} = h$. Maar dan is $AB = 9$, maar ook $AB = 2AP + 1$. Hieruit volgt $AP = BQ = 4$. Dus $\frac{4}{9h} = h$, $h^2 = \frac{4}{9}$ en $h = \frac{2}{3}$, zodat $AD = 9 \cdot \frac{2}{3} = 6$. De omtrek van rechthoek $ABCD$ is $9 + 6 + 9 + 6 = 30$.



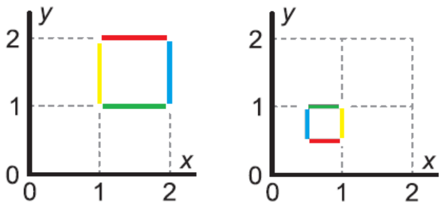
22. A Zo'n getal is deelbaar door 5 en moet daarom eindigen op 5 of op 0. Maar in het laatste geval is het product van de cijfers gelijk aan 0 en het getal zelf dus ook. Maar dat kan niet: het getal heeft drie cijfers, dus eindigt het op 5. Dan is het product van de cijfers een 5-voud, dus moet het getal deelbaar zijn door 25. Het getal bevat ook geen even cijfers, want dan zou het product van de cijfers even zijn, wat met 5 vermenigvuldigd zou eindigen op een 0. Dit geeft nog de volgende mogelijkheden: 175, 375, 575, 775 en 975. Van deze vijf is alleen 175 gelijk aan 5 keer het product van zijn cijfers.

23. A Het kleinste getal wat voor de vraagteken kan worden ingevuld is 1. De grootste getallen die je in de rode cirkels kunt invullen zijn 9 en 10. De grootst mogelijke som van de twee kolommen en de onderste rij is dan $2 + \cdots + 9 + 10 + 9 + 10 = 73$ en $24 + 25 + 24 = 73$, dus moeten de getallen 9 en 10 in de rode cirkels en het getal 1 op de plaats van het vraagteken.



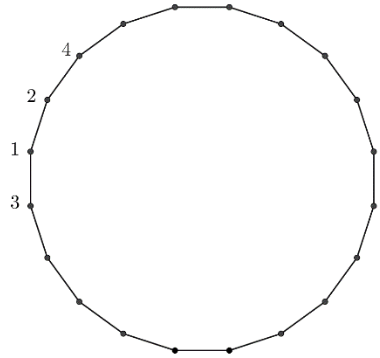
Een mogelijke invulling is bijvoorbeeld 3, 4, 8, 9 in de eerste kolom, 2, 5, 7 en 10 in de laatste kolom en 9, 6 en 10 in de onderste rij.

24. C De zijden van het vierkant zijn delen van de lijnen $x = 1$, $x = 2$, $y = 1$ en $y = 2$.
Dat worden de lijnen $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$, $y = 1$ en $y = \frac{1}{2}$.
In het plaatje hiernaast zie je wat er met elke zijde gebeurt.

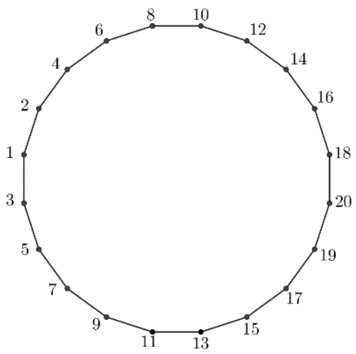


25. C $N = \sqrt{N^2} < \sqrt{N^2 + N + 1} < \sqrt{N^2 + 2N + 1} = \sqrt{(N+1)^2} = N + 1$ en
$3N = \sqrt{9N^2} < \sqrt{9N^2 + N + 1} < \sqrt{9N^2 + 6N + 1} = \sqrt{(3N+1)^2} = 3N + 1$, dus de gehele getallen $N + 1, N + 2, \dots, 3N$ liggen er tussen.

26. B Kijk naar de buren van 1. Dat moeten 2 en 3 zijn. Vervolgens kijken we naar de volgende buur van 2. Dat moet dan wel 4 zijn, want 3 is al een buur van 1. Zie hiernaast.

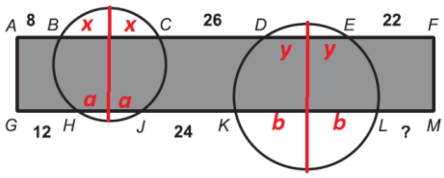


Zo doorgaand vinden we het volgende:



Alleen de zijden 1-2 en 19-20 worden rood gekleurd.

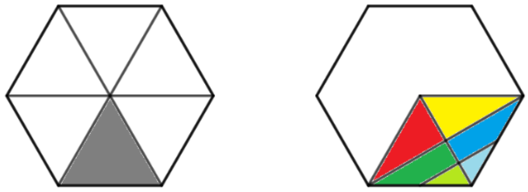
27. C Trek verticale lijnstukken door de middens van de cirkel zoals in de figuur hiernaast.



Dan moet $8 + x = 12 + a$, dus $x = 4 + a$.
Ook moet $x + 26 + y = a + 24 + b$,
dus $4 + a + 26 + y = a + 24 + b$, waaruit volgt dat $6 + y = b$. Tenslotte moet ook $y + 22 = b + LM$, wat geeft dat $y + 22 = 6 + y + LM$, dus $LM = 16$.

28. E Voor alle n vinden we $a_{2n+1} - a_{2n} = a_2 \cdot a_n - 2 - (a_2 \cdot a_n + 1) = -3$,
dus $a_3 - a_2 = -3$, waaruit volgt $a_3 = a_2 - 3$.
Vullen we $n = 3$ in in a_{2n+1}, dan krijgen we $a_7 = a_2 \cdot a_3 - 2$,
dus $a_2 \cdot a_3 = a_7 + 2 = 4$.
Combineren we de gevonden vergelijkingen, dan volgt $a_2 \cdot (a_2 - 3) = 4$.
Maar dan moet $a_2 = 4$ of $a_2 = -1$.
Deze laatste kan niet: immers $a_2 = a_2 \cdot a_1 + 1$, wat met $a_2 = -1$ leidt tot $-1 = -a_1 + 1$ en $a_1 = 2$, maar $a_1 < 1$.

29. A Een regelmatige zeshoek bestaat uit zes gelijkzijdige driehoeken. De inhoud van het prisma is daarom gelijk aan $6dh$, waarbij d de oppervlakte van een gelijkzijdige driehoek en h de van het prisma.



Het weggeschaafde deel bestaat uit zes piramiden, elk met hoogte h en een gelijkbenige driehoek als de lichtgroen-lichtblauwe hierboven als grondvlak. Je ziet dat de groen-blauwe driehoek een vergroting is met factor 2 van de lichtgroen-lichtblauwe driehoek en dat deze dezelfde oppervlakte heeft als de rood-groene driehoek en dus de grijze driehoek links. De oppervlakte van de zes piramides samen is daarom $\frac{1}{4}$ van het grondvlak van het prisma, de inhoud van de zes piramides is dus $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ van de inhoud van het prisma.

30. B Stel r is het aantal rijen en k is het aantal kolommen. Dan is het aantal zitplaatsen gelijk aan $r \cdot k$.
Maar als je kijkt naar de Noord- en Zuid-Berracan supporters, dan is het aantal zitplaatsen ook gelijk aan $14r + 11k + 17$.
Daarom moet $rk = 14r + 11k + 17$, dus $rk - 14r - 11k = 17$, ofwel $(r - 11)(k - 14) = 171$. Dat moet een product van gehele getallen zijn, dus $171 = 1 \cdot 171 = 3 \cdot 57 = 9 \cdot 19$.
Dit geeft de volgende mogelijkheden:

r	12	14	20	30	68	182
k	185	71	33	23	17	15
$r \cdot k$	2220	994	660	690	1156	2730

Het kleinst aantal zitplaatsen is 660. Met wat puzzelen zie je aan het volgend voorbeeld met 20 rijen en 33 kolommen dat dit ok daadwerkelijk mogelijk is:

N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z						N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z			N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z
N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z				N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z			N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	Z
N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	Z	N	Z
N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	Z	Z	Z
N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	N
Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z
Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	N
Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	Z	N	N	N
Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	Z	N	N	N
Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	N	N	Z	Z	Z	Z	Z	Z		N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	N	N	Z	Z	Z	Z	Z				N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N