Uitwerkingen wizPROF 2020

1. B De omtrek is 18 cm.

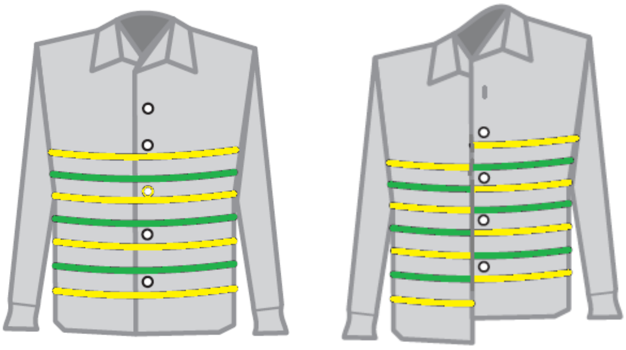
2. B Van klein naar groot zijn de uitkomsten: $123 + 456 = 579$; $1234 + 56 = 1290$; $12 + 3456 = 3468$; $12345 + 6 = 12351$ en $1 + 23456 = 23457$.

3. E De moeder van de dochter van <u>de moeder van de moeder</u> van Anna is
de moeder van de dochter van <u>de oma</u> van Anna is
de oma van Anna.

4. C $-1 + 0 + 1 + 2 = 2$.

5. B Het eerstvolgende jaar met deze eigenschap is 2121, 101 jaar na 2020.

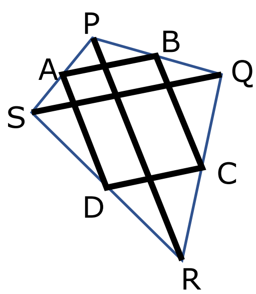
6. A Als je de strepen om en om verschillend kleurt (zoals hiernaast geel en groen) dan zie je in het tweede plaatje dat er nu geen ringen rond Caspers middel zijn.



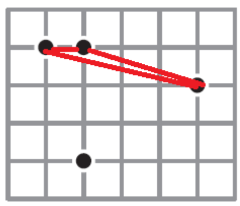
7. B AB staat voor het getal $10A + B$ (zoals bv. $23 = 2 \cdot 10 + 3$),
dus $AB + CD$ staat voor $10A + B + 10C + D = 10(A + C) + (B + D)$
en $AD + CD + AB + CB$ staat voor
$10A + D + 10C + D + 10A + B + 10C + B = 20(A + C) + 2(B + D)$,
het dubbele van $AB + CD$.

8. A 13 driehoeken hebben samen 39 hoekpunten. Er zijn 42 hoekpunten, dus moet Laura 3 vierkanten hebben. Ze heeft 3 vierkanten verknipt, ze had dus eerst $3 + 3 = 6$ vierkanten en $10 - 6 = 4$ driehoeken.

9. C In een driehoek is het verbindingslijnstuk tussen twee middens van zijden half zo lang als de derde zijde. Dus AB en CD zijn allebei half zo lang als SQ, dus samen even lang als SQ. Net zo zijn AD en BC samen even lang als PR. Dus alle stukken zijn samen $2(120 + 80) = 400$ cm.



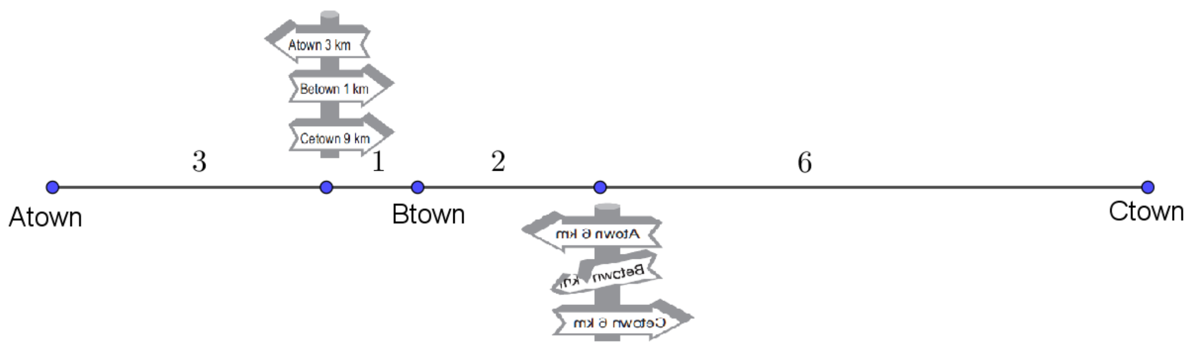
10. A De oppervlakte van een driehoek is $\frac{1}{2}$·basis·hoogte. De kleinst mogelijke basis is 1, de kleinst mogelijke hoogte is 1, dus de kleinst mogelijke oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$ en dat lukt, zie hiernaast.



11. D De eerste vier dagen moet Myriam zoveel mogelijk sprookjes horen, de twee weken daarna hoort zij sowieso $2 \cdot 3 = 6$ sprookjes. De meeste sprookjes hoort zij dan als in de eerste vier dagen een dinsdag, zaterdag en zondag vallen. Dat lukt als zij op zaterdag begint te logeren.

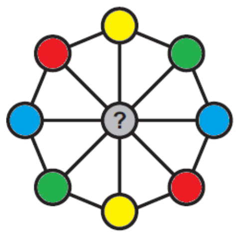
12. B $abcd = 2cd \cdot cd = 2(cd)^2$, dus het getal moet twee maal een kwadraat zijn. Alleen 100 is dat niet.

13. B Het eerste bordje vertelt dat het van Atown naar Btown $3 + 1 = 4$ km is en van Atown naar Ctown $3 + 9 = 12$ km. Het tweede bordje staat halverwege Atown en Ctown. In het plaatje hieronder zie je dan dat het tweede bordje 2 km van Btown staat.



14. B Eén van de twee zijden is dan ook 20 cm. Er zijn dan twee mogelijkheden: deze is $\frac{2}{5}$ keer zo lang als de derde zijde (en dus is de derde zijde 50 cm) òf de derde zijde is $\frac{2}{5}$ keer zo lang als deze zijde (en dus 8 cm lang). Maar met zijden van 20, 20 en 50 cm kun je geen driehoek maken. De zijden zijn daarom 20, 20 en 8 cm lang en de omtrek is dan 48 cm.

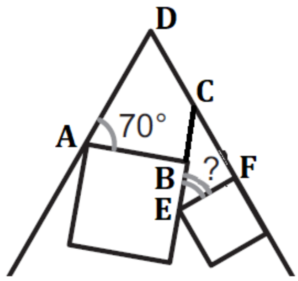
15. A De getallen in de twee gele vakjes zijn samen met het getal bij het vraagteken 13.
De getallen in de twee groene vakjes zijn samen met het getal bij het vraagteken 13.
De getallen in de twee blauwe vakjes zijn samen met het getal bij het vraagteken 13.
De getallen in de twee rode vakjes zijn samen met het getal bij het vraagteken 13.
Dit alles samen geeft: de gekleurde vakjes samen met 4 keer het getal bij het vraagteken is $4 \cdot 13 = 52$.
De gekleurde vakjes zijn samen 40, dus 4 keer het getal bij het vraagteken is $52 - 40 = 12$.



16. B Bij de jaartallen na 2020 tot 2100 krijg je de uitkomsten $20 \cdot 21 = 420$, $20 \cdot 22 = 440$, … , $20 \cdot 99 = 1980$, waarvan alleen 900 en 1600 kwadraten zijn.

17. D Uit het gegeven volgt (delen door 17) dat 1 flesje water en 3 broodjes samen 6 euro kosten. Dit met 9 vermenigvuldigen geeft de prijs van 9 flesjes water en 27 broodjes.

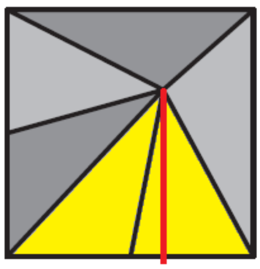
18. E In vierhoek $ABCD$ is $\angle A = 70°$, $\angle B = 90°$ en $\angle D = 60°$, dus $\angle C = 360° - 70° - 90° - 60° = 140°$, zodat in driehoek CEF $\angle C = 180° - 140° = 40°$ en $\angle F = 90°$. Dus is $\angle E = 180° - 40° - 90° = 50°$.

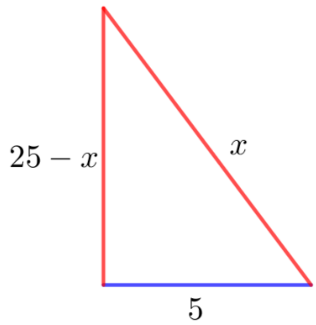


19. D Luca moet in ieder geval tanken voor hij in totaal $14 \cdot 10 = 140$ km heeft gereden, dus voor hij nu nog $140 - 55 = 85$ km rijdt. Op een volle tank kan Luca maximaal $40 \cdot 10 = 400$ km rijden, dus hij moet tanken nadat hij minstens $520 - 400 = 120$ km heeft gereden. Hij moet daarom nu nog minstens $120 - 55 = 65$ km rijden en daarom tanken na nog 75 km rijden.

20. A Er zijn $9 \cdot 8 = 72$ mogelijkheden voor de laatste twee cijfers van het getal. Het is deelbaar door 4 als het eindigt op 12, 16, 24, 28, 32, 36, 48, 52, 56, 64, 68, 72, 76, 84, 92 of 96. De kans dat het getal deelbaar is door 4 is daarom gelijk aan $\frac{16}{72} = \frac{2}{9}$.

21. D De zijde van het vierkant is 9 dm. De oppervlakte van een driehoek is $\frac{81}{6} = 13\frac{1}{2}$ dm^2. De onderste twee driehoeken (geel in de figuur hiernaast) zijn dan samen 27 dm^2. Maar dat is ook gelijk aan $\frac{1}{2} \cdot$ basis $(= 9) \cdot$ hoogte (het rode lijnstuk), dus is $4\frac{1}{2} \cdot$ hoogte $= 27$ en de hoogte $= 27 : 4\frac{1}{2} = 6$.

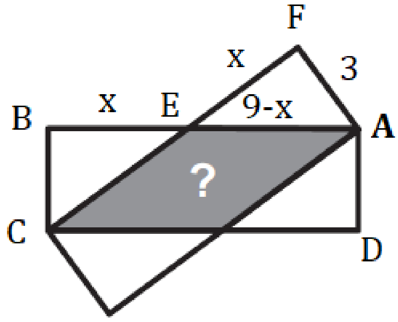




22. C In de figuur hiernaast zie je de route van Stoffel (blauw, 5 km) en die van Zoef (rood, die 25 km moet zijn). Als je de lengte van het stuk na de vergissing x noemt, dan is het stuk tot de vergissing $25 - x$. Met de stelling van Pythagoras geldt nu $5^2 + (25 - x)^2 = x^2$, waaruit volgt $650 - 50x + x^2 = x^2$, ofwel $50x = 650$ en $x = 13$.

23. E Als een figuur groot is, dan is het een vierkant. Maar het omgekeerde hoeft niet waar te zijn, dus er kan een klein vierkant zijn. (B) hoeft dus niet waar te zijn. Net zo hoeft een driehoek niet blauw te zijn, dus (A) en (D) hoeven ook niet waar te zijn. Dat mogelijke kleine vierkant van zojuist moet rood zijn, dus (C) hoeft ook niet waar te zijn. Maar (E) moet wel waar zijn: als een figuur blauw is, dan is dat een driehoek en een driehoek kan niet groot zijn.

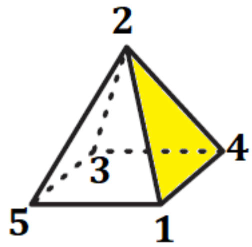
24. D De driehoeken CBE en AFE zijn congruent (twee hoeken en een zijde gelijk), dus is $BE = EF = x$ en $AE\ = 9 - x$. Met de stelling van Pythagoras volgt nu $3^2 + x^2 = (9 - x)^2$, dus $x = 4$. De overlap is nu een parallellogram met zijde 5 en hoogte 3 en heeft daarom een oppervlakte van $5 \cdot 3\ = 15$ cm^2.



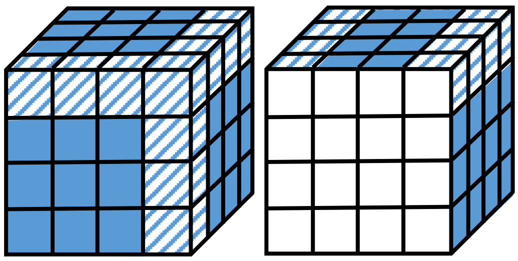
25. C De eerste rij en de tweede kolom (beide geel) hebben het rode vakje gemeenschappelijk. Daarom moet de som van de overige getallen in de rij en de kolom gelijk zijn, waaruit de groene 1 onderaan in de tweede kolom volgt. Net zo hebben de laatste kolom en de laatste rij het groene vakje gemeenschappelijk. De som van de overige getallen moet dan ook weer gelijk zijn, waaruit de groene 7 in de laatste rij volgt.

1		6	3
	2	2	8
	7		4
7	1	7	

26. C De som 7 kun je met de genoemde getallen alleen maar krijgen als $1 + 2 + 4 = 7$. Deze getallen moeten dus bij een driehoekig zijvlak staan (het gele vlak hiernaast). Dus staan de 3 en 5 beneden. Het grondvlak heeft dan als som minstens $3 + 5 + 1 + 2 = 11$, dus de sommen 7, 8, 9 en 10 horen bij de driehoekige zijvlakken met als som van deze vier zijvlakken samen $7 + 8 + 9 + 10 = 34$. Kijken we naar het zijvlak met daarin de 3 en 5, dan zien we dat bij de top 1 of 2 moet staan. Als daar een 1 zou staan, dan staan de getallen 2, 3, 4 en 5 beneden en is de som van de vier zijvlakken $2(2 + 3 + 4 + 5) + 4 \cdot 1 = 32$ (elk hoekpunt zit in twee van de zijvlakken en de top in vier). Omdat die som, zoals eerder opgemerkt, 34 moet zijn, kan dat dus niet. Dus staat de 2 in de top (en dat kan, zie plaatje). De som van het grondvlak is dan $5 + 3 + 4 + 1 = 13$.

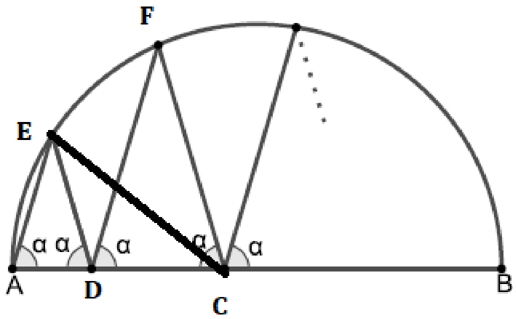


27. C Er zijn twee mogelijkheden om de grote kubus te verven: de drie zijvlakken hebben één punt gemeenschappelijk (linker plaatje) of er staan twee zijvlakken tegenover elkaar (rechter plaatje, het derde geverfde zijvlak is het linker niet zichtbare zijvlak). In beide plaatjes zijn de kleine kubusjes geheel blauw gekleurd. In het linker plaatje zijn er $3 \cdot 9\ =\ 27$ blauwe kubusjes en in het rechter plaatje zijn er $12 + 8 + 12 = 32$ blauwe kubusjes.



28. A In totaal worden er $\frac{10+15+17}{2} = 21$ partijtjes gespeeld (in elk partijtje spelen immers twee van de meisjes). Geen enkel meisje kan twee partijtjes achter elkaar niet spelen, dus de 10 partijtjes die Amanda heeft gespeeld zijn het 2^e, 4^e, 6^e, … , 20^e partijtje. Amanda heeft dus het tweede partijtje verloren.

29. B Op grond van symmetrie is C het middelpunt van de cirkel. Dus moet $CA = CE = CF = r$, de straal. Driehoek AEC is gelijkbenig, zodat $\angle AEC = \alpha$. Maar dan zijn de driehoeken ACE en DCF congruent, dus $ED = EA = DC$. Dus is driehoek EDC gelijkbenig.



$\angle EDC = 180° - \alpha$ en $\angle DEC = \angle ECD = \frac{1}{2}\alpha$.

In driehoek AEC moet nu $\alpha + \alpha + \frac{1}{2}\alpha = 180°$ en $\alpha = 72°$.

30. D Geen van de acht getallen eindigt op het cijfer 0, je kunt immers niet delen door 0. De acht eindcijfers zijn dus $1, 2, 3, \dots, 8$ of $2, 3, 4, \dots, 9$. Maar in het laatste geval heb je zelfs 9 opeenvolgende getallen met de gegeven eigenschap, je kunt immers alle gehele getallen delen door 1. $AB2$ deelbaar is door 2 en $AB5$ deelbaar is door 5. We moeten dus nog kijken naar ABC met $C = 3, 4, 6, 7$ en 8. Als een driecijferig getal ABC (driecijferig, dus $\mathrm{A} \neq 0$) deelbaar is door C, dan ook $ABC - C = AB0$. De volgende $AB0$ zijn deelbaar door 7: 140, 210, 280, 350, 420, 490, 560, 630, 700, 770, 840, 910 en 980. Van deze getallen zijn alleen de geel gemerkte deelbaar door 3 en door 6. Van de geel gemerkte getallen is alleen 840 deelbaar door 8 en door 4. De acht getallen zijn dus $841, 842, \dots, 848$. Het kleinste getal is dus 841 en $8 + 4 + 1 = 13$.