itwerkingen wizEXPERT 2025

1. **B** Het eerstvolgende kwadratisch jaartal is 46^2. Dat is over $46^2 - 45^2 = (46 - 45) \cdot (46 + 45) = 1 \cdot 91 = 91$ jaar.

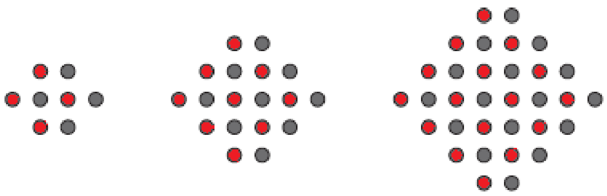
2. **D** De scheur uit A stopt bij die uit D, dus D werd eerder geraakt dan A.
De scheur uit B stopt bij die uit C, dus C werd eerder geraakt dan B.
De scheur uit C stopt bij die uit A, dus A werd eerder geraakt dan C.
De scheur uit E stopt bij die uit B en C, dus werden B en C eerder geraakt dan E.
De scheur uit D stopt bij de randen en niet bij een scheur, dus D werd als eerste geraakt.
De volgorde is daarom $DACBE$.

3. **B** Er zitten $20 - 17 = 3$ rode ballen, $20 - 15 = 5$ zwarte en $20 - 12 = 8$ gele ballen in de vaas en dus $20 - 3 - 5 - 8 = 4$ blauwe ballen in de vaas.

4. **D** $8888 < 10000 = 50 \times 200 < 88 \times 888$ en
$88 \times 888 < 88 \times 1000 = 88000 < 88888$

5. **C** $\sqrt{16^{16}} = (16^{16})^{\frac{1}{2}} = 16^{16 \cdot \frac{1}{2}} = 16^8 = (4^2)^8 = 4^{16}$

6. **A**



Hierboven is te zien dat de eerste drie figuren respectievelijk $2 \cdot 2^2$, $2 \cdot 3^2$ en $2 \cdot 4^2$ stippen hebben, de vijfde figuur heeft dus $2 \cdot 6^2 = 2 \cdot 36 = 72$ stippen.

7. **B** $\sqrt{11}$ ligt tussen 3 en 4, dus $\frac{1}{3}\sqrt{11}$ ligt tussen $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ en $\frac{1}{3} \cdot 4 = 1\frac{1}{3} < 2$

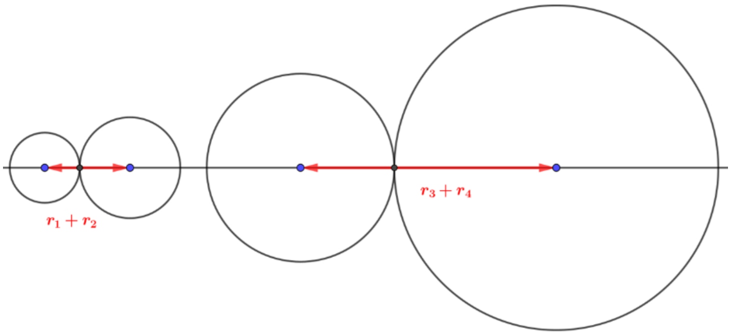
8. **C** Als een pakje 5 euro kost, dan koste een reep eerst 1 euro en nu $1{,}25$ euro.

9. **D** Als D wordt verwijderd, dan zijn de afstanden allemaal verschillend:
$AB = 1$, $AC = \sqrt{5}$, $AE = 3$, $BC = \sqrt{2}$, $BE = \sqrt{10}$ en $CE = \sqrt{8}$.

10. E De getallen tussen 0 en 1 met de eerste decimaal oneven zijn getallen van de vorm $0{,}1\ldots$, $0{,}3\ldots$, $0{,}5\ldots$, $0{,}7\ldots$ en $0{,}9\ldots$. Op de x-as geeft dat de volgende verdeling:

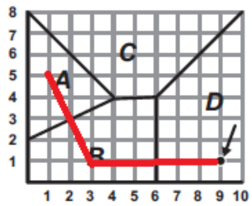
Op de y-as analoog, samen geeft dit antwoord E.

11. B In de figuur hiernaast zie je dat $r_1 + r_2$ maximaal gelijk is aan de afstand tussen de punten $(0{,}0)$ en $(1{,}0)$, dus $r_1 + r_2 \leq 1$. Evenzo is $r_3 + r_4 \leq 3$. Dus is $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \leq 4$. In de figuur is een situatie getekend waarbij $r_1 + r_2 = 1$ en $r_3 + r_4 = 3$, zodat het maximum 4 wordt bereikt.



12. E Er moeten minstens $7 + 5 - 10 = 2$ positieve gehele getallen die deelbaar door 5 en door 7, dus door 35. Dus $M \geq 2 \cdot 35 = 70$. Er zijn 10 getallen die aan de eisen voldoen, bijvoorbeeld: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 70, 5, 10 en 15. De kleinste M is dus 70, een ander getal dan de genoemde antwoorden.

13. C De grenslijnen zijn de middelloodlijnen van de plaatsen waar de scholen staan. Door te spiegelen in de grenslijnen vind je dan dat de school van gebied A in het punt $(1{,}5)$ staat.



14. A De oppervlakte van $\triangle POR$ moet gelijk zijn aan de oppervlakte van de kwartcirkel, dus $\frac{1}{2} \cdot r \cdot OR = \frac{1}{4}\pi r^2$. Hieruit volgt $OR = \frac{\pi r}{2}$.

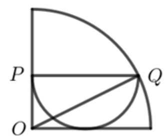
15. E Stel $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{N}}} = x$ is geheel, dan $2\sqrt{3\sqrt{N}} = x^2$, en $4 \cdot 3\sqrt{N} = 12\sqrt{N} = (x^2)^2 = x^4$, dus $144N = (x^4)^2 = x^8$ moet de 8^{e} macht van een geheel getal zijn.
$144N = 2^4 \cdot 3^2 \cdot N$, dus de kleinst mogelijke N is $2^4 \cdot 3^6$, een ander getal dan de genoemde antwoorden.

16. D Na ieder tweetal sprongen staat elke kangoeroe weer op een veld van dezelfde kleur. Dus na $100 = 50 \cdot 2$ sprongen worden er minstens 2 velden bezet en zijn er hoogstens $16 - 2 = 14$ velden leeg. Dat aantal kan ook worden bereikt: alle kangoeroes kunnen binnen 100 sprongen bijvoorbeeld naar de hoekvelden aan de bovenkant komen.

17. B Het getal is deelbaar door 18 en dus even. N is daarom even en uiteraard $N \neq 0$, zodat er nog 4 mogelijkheden zijn: 21822, 41844, 61866 en 81888. Hiervan is alleen 61866 deelbaar door 9 en dus ook door 18.

18. C Vervangen van x door $\frac{1}{y}$ in de vergelijking $ex^4 + dx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ geeft $e \cdot \frac{1}{y^4} + d \cdot \frac{1}{y^3} + c \cdot \frac{1}{y^2} + b \cdot \frac{1}{y} + a = 0$. Na vermenigvuldigen met y^4 vinden we dan $e + dy + cy^2 + by^3 + ay^4 = 0$ met als oplossingen $y = 1$, $y = 2$, $y = 3$ en $y = 4$, ofwel $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ en $x = \frac{1}{4}$. De kleinste oplossing is dus $x = \frac{1}{4}$.

19. B Als r de straal van de kleine cirkel is en R die van de grote, dan is $OP = r$, $PQ = 2r$ en $OQ = R$. De stelling van Pythagoras geeft dan $R^2 = r^2 + (2r)^2 = 5r^2$. De oppervlakte van de zwarte cirkel is $\frac{1}{2}\pi r^2 = 12$, dus $\pi r^2 = 24$. De oppervlakte van de grote kwartcirkel is $\frac{1}{4}\pi R^2 = \frac{1}{4} \cdot 5\pi r^2 = \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 24 = 30$.



20. A De diameter is $\frac{1}{2}$ keer zo groot geworden, dus de inhoud is $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ keer zo groot geworden. Voor het breien van de 70 sokken is dus $\frac{7}{8}$ deel van de wol gebruikt. Met het $\frac{1}{8}$ deel wat nog over is kunnen dan nog 10 sokken worden gebreid.

21. A Noem de getallen A en B $(A > B)$, dan krijgt Mila na de eerste stap $A + B$ en $A - B$ en na de tweede stap $(A + B) + (A - B) = 2A$ en $(A + B) - (A - B) = 2B$. Na twee stappen zijn de oorspronkelijke getallen dus verdubbeld. Na 50 keer zijn de getallen dus 25 keer verdubbeld en Mila eindigt daarom met de getallen $3 \cdot 2^{25}$ en $5 \cdot 2^{25}$.

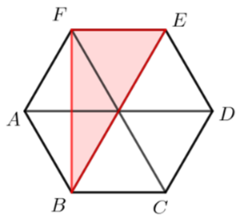
22. D De grootste vermindering krijgt Hamid als je het eerste cijfer van het getal zo klein mogelijk, dus 1, neemt en het laatste cijfer zo groot mogelijk, dus 9, neemt. In dat geval is de vermindering $\frac{19-1}{19} \cdot 100\% \approx 95\%$.

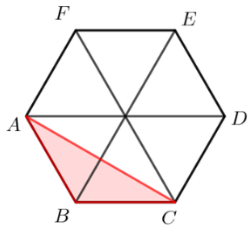
23. B Als de ronde mannen de waarheid spreken, dan moet A (buurman van B en F) de sleutel hebben. In dat geval zouden ook D en E de waarheid spreken, maar dat zijn vierkante mannen. Dus de ronde mannen liegen en de vierkante mannen spreken de waarheid.
Daarom heeft B of F de sleutel. Maar F is een buurman van de waarheid sprekende E en heeft de sleutel dus niet. B heeft derhalve de sleutel.

24. C Julia keert om na 20 minuten, dat is na $\frac{20}{60} \cdot 18 = 6$ km fietsen. Als Paula Julia weer tegenkomt en ze is dan x km van huis, dan heeft Julia $6 + 6 - x = 12 - x$ km gefietst en Paula x km. Omdat de snelheid van Paula gelijk is aan $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ van de snelheid van Julia, geldt daarom $x = \frac{2}{3}(12 - x) \Rightarrow$ $x = 8 - \frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{5}{3}x = 8 \Rightarrow x = \frac{24}{5}$.
Paula fietst dus $\frac{48}{5}$ km en doet daar $\frac{48}{5 \cdot 12} \cdot 60 = 48$ minuten over. Julia is terug na 40 minuten, dus 8 minuten eerder.

25. D Kies 3 van de 8 punten, dat kan op $\binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$ manieren. Dit geeft altijd een driehoek, tenzij de 3 punten op één lijn, de diameter, liggen. Dat kan op 4 manieren, zodat er $56 - 4 = 52$ driehoeken zijn.

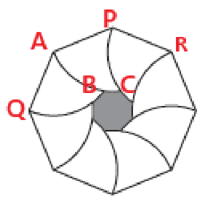
26. B Opp.$(\triangle\, PEF)$ = opp.$(\triangle\, BEF)$ (gelijke basis en hoogte) en deze is gelijk aan de oppervlakte van twee driehoeken in de figuur hiernaast, dus aan $\frac{1}{3}$ opp.$(ABCDEF)$. De oppervlakte van de zeshoek is daarom $3 \cdot 64 = 192$.
Opp.$(\triangle\, ABC) = \frac{1}{6}$ opp.$(\,ABCDEF) = 32$, dus opp.$(\triangle\, ADP)$ = opp.$(\triangle\, ADC) = \frac{1}{2} \cdot 192 - 32 = 96 - 32 = 64$ en opp.$(APDEF) =$ $96 + 64 = 160$.
Opp. $(\triangle\, APF) = 160 - 64 - 42 = 54$.



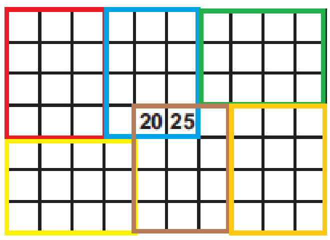


27. B Omdat er 2 dozen zijn met 2 kleuren ballen, kan 1 bal trekken nooit voldoende zijn. 2 ballen uit doos 2 is wel genoeg. Je pakt dan minstens 1 zwarte (en de doos bevat dan 1 witte en 2 zwarte ballen) of je pakt 2 witte (en de doos bevat 3 witte ballen).

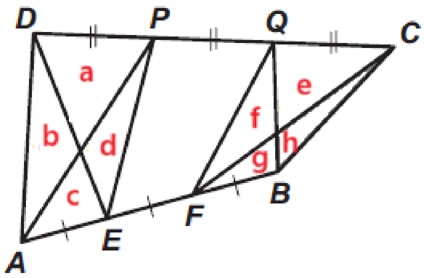
28. A In de figuur hiernaast liggen de punten A, B en C op de cirkel met middelpunt P en liggen B en Q op de cirkel met middelpunt A. $\triangle\, ABP$ is dus gelijkzijdig met zijde 1 en $\angle APB = 60°$. Net zo is $\angle CPR = 60°$. $\angle APR$ is een hoek van de regelmatige achthoek, dus $\angle APR = 135°$ en dus is $\angle BPC = 135 - 60 - 60 = 15°$. De lengte van het cirkelboogje BC is derhalve $\frac{15}{360} \cdot 2\pi \cdot 1 = \frac{1}{12}\,\pi$ en de omtrek van het grijze gebied $= 8 \cdot \frac{1}{12}\pi = \frac{2\pi}{3}$.



29. D In de figuur hiernaast is de tabel opgedeeld in 3×4 en 4×3 rechthoeken. De som van de getallen in elke rechthoek is 0. De getallen 20 en 25 staan in de blauwe en in de bruine rechthoek en worden 2 keer geteld. De som van de getallen in de tabel is daarom gelijk aan $0 - 20 - 25 = -45$.



30. A In de figuur hiernaast is voor de duidelijkheid een aantal driehoeken een naam gegeven.



Er geldt $a + b =$opp. $(\triangle ADP) = \frac{1}{3}$ opp. $(\triangle ADC)$

(gelijke hoogte, basis $\frac{1}{3}$ keer zo groot) en

$g + h =$opp. $(\triangle FBC) = \frac{1}{3}$ opp. $(\triangle ABC)$.

Samen geeft dit $a + b + g + h = \frac{1}{3}$ opp. $(ABCD)$.

Net zo is $a + d =$opp. $(\triangle DEP) = \frac{1}{2}$ opp. $(\triangle DEQ)$ en

$f + g =$opp. $(\triangle FBQ) = \frac{1}{2}$ opp. $(\triangle EBQ)$

Samen geeft dit $a + d + f + g = \frac{1}{2}$ opp. $(DEBQ) =$

$\frac{1}{2}$ (opp. $(\triangle DBQ)$ +opp. $(\triangle DEB)) =$

$\frac{1}{2}(\frac{2}{3}$ opp. $(\triangle DBC) + \frac{2}{3}$ opp. $(\triangle DAB)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ opp. $(ABCD)$= $\frac{1}{3}$ opp. $(ABCD)$

Dus $a + b + g + h = a + d + f + g$, zodat $h = d + f - b$.

Nu is $b = 154$, $d = 112$ en $f = 99$ en dus $h = 112 + 99 - 154 = 57$.