Uitwerkingen wizPROF 2013

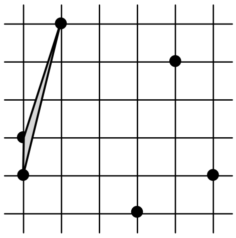
1. **C** Vier figuren hebben dezelfde omtrek: de "L", "S", "T" en "+".

2. **D** 200013–2013=198000;
198000:2=99000, 198000:3=66000, 198000:5=39600 en
198000:11=18000, maar 198000:7=28285 met rest 5.

3. **C** Mevrouw Boer moet 4 x 4 = 16 kolven kopen. 16 = 2 x 6 + 4, dus zij moet 2 x 5 + 4 = 14 keer 20 cent betalen: € 2,80.

4. **D** 2 x 4 x 125 = 1000 en 2 + 4 + 125 = 131.

5. **A** In de figuur zie je de driehoek met de kleinste oppervlakte. Die oppervlakte is $\frac{1}{2}$.



6. **E** Op elk zijvlak moet er een geheel zwarte diagonaal zijn en bij elke vouw moeten de zwarte en witte velden tegen elkaar liggen.

7. **C** Het grootste getal is 996, het kleinste is 100.

8. **A** De richting van het pijltje verandert niet bij het draaien, wel bij het spiegelen. De opening gaat door het draaien eerst naar boven, daarna door het spiegelen weer naar beneden.

9. **D** De berekening geeft voor elk van de punten de richtingscoëfficiënt (rc) van de lijn die dat punt verbindt met de oorsprong. De kleinste rc hoort bij de minst steile lijn.

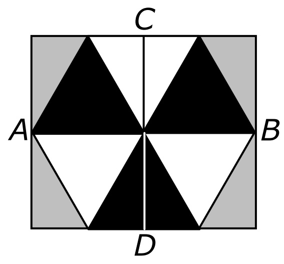
10. **C** Bereken de kwadraten:
$\left(\sqrt{20}\cdot\sqrt{13}\right)^2 = 20\cdot 13 = 260,$
$\left(\sqrt{20}\cdot 13\right)^2 = 20\cdot 169 = 3380,$
$\left(20\cdot\sqrt{13}\right)^2 = 400\cdot 13 = 5200,$
$\left(\sqrt{201}\cdot 3\right)^2 = 201\cdot 9 = 1809$ en
$\left(\sqrt{2013}\right)^2 = 2013.$

11. **D** In de gelijkbenige driehoek *AZR* is $\angle AZR$ = 130°, dus $\angle RAZ$ = 25°.
$\angle CAR$ = 60°–25°=35°.

12. B Elk van de twaalf manieren om op twee verschillende knoppen te drukken leidt niet tot allemaal vrolijke gezichten. Het indrukken van knoppen 2, 3 en 4 geeft allemaal vrolijke gezichten. [De volgorde waarin je op deze drie knoppen drukt, doet er niet toe.]

13. B Elk vierkantje extra geeft een extra omtrek van 2 cm. De omtrek wordt daarom 16 + 2006 x 2 = 4028.

14. D Verdeel de zeshoek in zes driehoeken (zie plaatje), dan heeft elke driehoek oppervlakte 10. Door vier halve driehoeken aan de zeshoek te plakken, krijg je een rechthoek, waarvan de oppervlakte 80 is, maar ook gelijk is aan *AB*x*CD*.

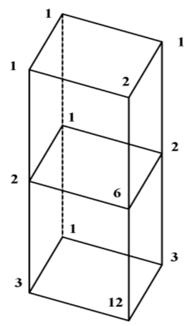


15. E De 1,2 punten verhoging van het gemiddelde is 40% van de 3 punten die elke jongen extra zou scoren. De klas had dus 40% jongens en 60% meisjes.

16. C Noem de vijf getallen *a, a+1, a+2, a+3* en *a+4*. Er zijn tien mogelijke opsplitsingen in twee groepen van drie en twee getallen. Bij twee van die opsplitsingen hebben beide groepen dezelfde som.

groep van 3	**som**	**groep van 2**	**som**	**zelfde som als *a* =**	**conclusie**
a, a+1, a+2	*3a+3*	*a+3, a+4*	*2a+7*	*4*	kan
a, a+1, a+3	*3a+4*	*a+2, a+4*	*2a+6*	*2*	kan
a, a+1, a+4	*3a+5*	*a+2, a+3*	*2a+5*	*0*	kan niet
a, a+2, a+3	*3a+5*	*a+1, a+4*	*2a+5*	*0*	kan niet
a, a+2, a+4	*3a+6*	*a+1, a+3*	*2a+4*	*-2*	kan niet
a, a+3, a+4	*3a+7*	*a+1, a+2*	*2a+3*	*-4*	kan niet
a+1, a+2, a+3	*3a+6*	*a, a+4*	*2a+4*	*-2*	kan niet
a+1, a+2, a+4	*3a+7*	*a, a+3*	*2a+3*	*-4*	kan niet
a+1, a+3, a+4	*3a+8*	*a, a+2*	*2a+2*	*-6*	kan niet
a+2, a+3, a+4	*3a+9*	*a, a+1*	*2a+1*	*-8*	kan niet

17. D Tel het aantal routes door voor ieder punt te noteren op hoeveel manieren je daar kunt komen. Voor ieder punt is dat de som van de aantallen bij de punten vanwaaruit je in de laatste stap bent gekomen. Als je dat doet, krijg je nevenstaand resultaat.



18. E Het product van de cijfers is oneven, dus is elk van de zes cijfers oneven, waarmee A, B en D fout zijn. Een voorbeeld van zo'n getal is 135791, waarmee C ook fout is.

19. B De laatste bewoner moet een ridder zijn: na zijn vertrek is het aantal ridders immers gelijk aan het aantal leugenaars (namelijk nul). De voorlaatste bewoner moet een leugenaar zijn: na zijn vertrek is het aantal ridders groter dan het aantal leugenaars (namelijk een tegen nul). De op twee na laatste bewoner is daarom weer een ridder: na zijn vertrek is het aantal leugenaars en het aantal ridders (namelijk beide een). Zo doorgaand vinden we dat bij een even aantal bewoners er evenveel ridders als leugenaars zijn en dat bij een oneven aantal bewoners er één ridder meer is. Bij 2013 bewoners zijn er dus 1007 ridders en 1006 leugenaars.

20. C De som van de tophoeken moet 360° worden. Maar 1+2+3+…+26=351 en 1+2+3+…+27=378: we krijgen niet precies 360°. Ook bij 2+4+6+…+36=342 en 2+4+6+…+38=380 krijgen we niet precies 360°. Maar 3+6+9+…+45=360.

21. E Achtereenvolgens krijgen we {1,2,3}, {5,4,3}, {7,8,9}, {17,16,15}, enzovoort: telkens een macht van 2, één minder en één meer. Maar 2013 is geen macht van 2 en ook niet één meer of minder.

22. C In een driehoek staat de langste zijde tegenover de grootste hoek en de kortste zijde tegenover de kleinste hoek. In beide driehoeken is hoek B de grootste, nl. 61°, dus is *AC* de grootste zijde in de bovenste driehoek en is *AD* de grootste zijde in de onderste driehoek. Maar *AB* staat tegenover een kleinere hoek in de onderste driehoek, dus moet *AD* de grootste zijn.

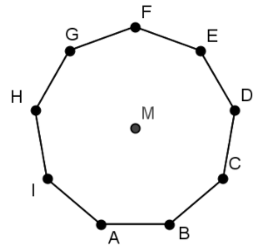
23. B 2/3 deel van de container komt overeen met de lege ruimte van 4 cm hoog in de cilinder. 1/3 deel (het water) komt dus overeen met 2 cm.

24. A 2013 = 33 x 61, dus Karel is 61 jaar en daarom geboren in 1952.

25. D ½ = 0,5, ¼ = 0,25, enzovoort: telkens als je de noemer verdubbelt, komt er een cijfer achter de komma bij. $1024=2^{10}$, dus 10 cijfers achter de komma.

26. D Als alle breuken gehele getallen moeten opleveren, dan moeten de getallen 12 t/m 22 allemaal in de teller staan. Maar de breuken met teller 13, 17 of 19 leveren alleen een geheel getal op als de noemer 1 is, dus kunnen niet alle breuken gehele getallen zijn. Tien van de breuken lukt wel, bijvoorbeeld 13/1; 6/2; 21/3; 12/4; 15/5; 14/7; 16/8; 18/9; 20/10 en 22/11.

27. A We tellen allereerst het aantal driehoeken waar *M* binnen ligt met hoekpunt *A*. Dit zijn *ABF*, *ACF*, *ACG*, *ADF*, *ADG*, *ADH*, *AEF*, *AEG*, *AEH* en *AEI*, totaal 10. Als we dit voor alle punten van de negenhoek doen, dan vinden we 9x10=90 driehoeken. Maar we hebben nu elke driehoek drie keer geteld. Er zijn dus 90/3=30 driehoeken waar *M* binnen ligt.



28. C Nummer de auto's 1 t/m 50. De snelheid van auto 1 is 50 km/u, van auto 2 is 51 km/u, …, van auto n is $49+n$ km/u. Na 100 uur heeft auto 1 100 uur gereden, auto 2 99 uur, …, auto n $101-n$ uur. De afstand die auto n dan heeft afgelegd is $(101-n)(49+n) = 4949+52n-n^2$. Deze afstand is maximaal voor n=26. Auto 26 heeft dan snelheid 49+26=75 km/u.

29. E Nummer de bomen 1 t/m 100, dan zouden de nummers 1 t/m 6, 13 t/m 18, 25 t/m 30, 37 t/m 42, 49 t/m 54, 61 t/m 66, 73 t/m 78, 85 t/m 90 en 97, 98, 99 en 100 eiken mogen zijn. Dat zijn er 52 stuks. Meer kan niet: van de nummers 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, 73, 79, 85, 91 en 97 mogen geen twee opeenvolgende een eik zijn (dan zouden er wel precies vijf bomen tussen twee eiken staan). Van deze 17 bomen zijn er dus minstens 8 geen eik. Hetzelfde geldt voor 2, 8,…, 98; voor 3, 9,…,99; voor 4, 10,…,100; voor 5, 11,…,95 en voor 6, 12,…,96 enz. Dus minstens $6\times8 = 48$ bomen zijn geen eik.

30. B Als Daniëlle tegen de rijrichting inloopt, legt de boom $l-20$ meter af (l is de lengte van de boom in meters). Als ze met de boom meeloopt, legt de boom $140-l$ meter af in een tijd die 7 keer zo lang duurt. Dus moet de boom dan $7(l-20)$ meter afleggen. Daarom $7(l-20) = 140-l$, waaruit volgt $l = 35$.