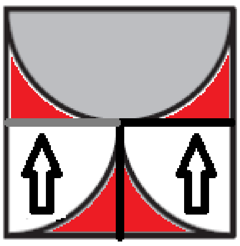
Uitwerkingen wizPROF 2015

1. B $2\frac{1}{2}$ keer zoveel grasmaaiers maaien het veld $2\frac{1}{2}$ keer zo snel.

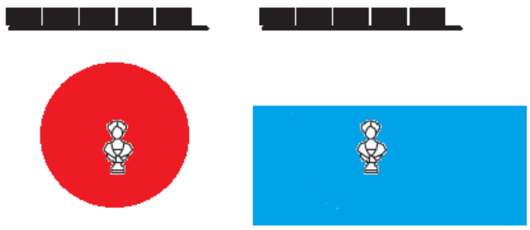
2. E Er hangen 15 T-shirts en 14 sokken aan de lijn.

3. C



4. A De 30 snoepjes kostten samen 150 cent, dus 5 cent per snoepje. Annie had dan $\frac{80}{5} = 16$ snoepjes gekregen, dus $16 - 10 = 6$ meer.

5. B Minder dan vijf meter van het standbeeld is in het rode gebied.
Minstens vijf meter van de muur is in het blauwe gebied.



6. C $2015^2 = 2015 \cdot 2015$ eindigt op een 5, $2015^0 = 1$ eindigt op een 1, 2015 eindigt op een 5 en $2015^5 = 2015 \cdot 2015 \cdot 2015 \cdot 2015 \cdot 2015$ eindigt op een 5. $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$ eindigt net als $5 + 1 + 5 + 5 = 16$ op een 6.

7. E 30 leerlingen volgen maar één van de twee vakken, 10 alleen biologie en 20 alleen informatica. $20 + 3 = 23$ volgen informatica.

8. E $2^9 = (2^3)^3$; $3^{10} = (3^5)^2$; $4^{11} = (2^2)^{11} = (2^{11})^2$; $5^{12} = (5^6)^2$

9. D

dagen	0	100	**100**	114	**114**	116
kaarsen	100	0	**14**	0	**2**	0
stompjes	0	100	**2**	16	**2**	4

10. B De vijf hoekpunten vormen samen met een punt binnen de vijfhoek vijf driehoeken. Daarom zijn de vijf hoeken samen $5 \cdot 180 - 360 = 540°$. Als er vier recht zijn, dan is de vijfde hoek $540 - 4 \cdot 90 = 180°$. Dat kan niet, dus zijn er maximaal drie rechte hoeken in een vijfhoek.

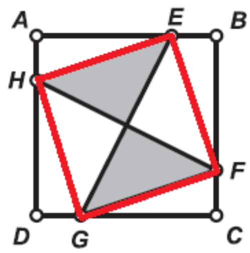
11. B Als je de dobbelsteen vanuit de middelste positie naar voren draait om de 'JA' van de derde positie te krijgen, dan moet je nog steeds 'misschien' zien. Draai je hem naar links om op een andere manier de 'JA' van de derde positie te zien, ook dan moet je ook nog steeds 'misschien' zien. Maar in de derde positie zie je geen 'misschien'. De 'JA' van de derde positie is dus een andere dan de twee 'JA's van de tweede positie. De dobbelsteen heeft daarom 3 keer een 'JA', 2 keer een 'NEE' en 1 keer een 'misschien'.

12. B De kortste route is twee keer een diagonaal schuin naar beneden en twee keer een zijde naar rechts.

13. C Elk oor wordt twee keer gezien. Totaal hebben de drie dus $\frac{8+7+5}{2} = 10$ oren. Trimi heeft daarom $10 - 5 = 5$ oren.

14. C De kubus en het water vormen een rechthoekig prisma van 2 cm hoog en hebben daarom een inhoud van $10 \cdot 10 \cdot 2 = 200$ cm^3. De kubus heeft een inhoud van $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cm^3, er stond derhalve $200 - 8 = 192$ cm^3 water in de bak. Het water stond $\frac{192}{10 \cdot 10} = 1{,}92$ cm hoog.

15. B De zijden van vierkant $ABCD$ zijn $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$. $AE = 3\sqrt{5}$ en $EB = \sqrt{5}$. Het rode vierkant heeft dan zijden $\sqrt{(3\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{50}$ en oppervlakte 50. Het grijze deel is daarvan de helft.



16. B Eén van de twee priemgetallen moet even zijn, het enige even priemgetal is 2. Daarom $85 = 2 + 83$; $2 \cdot 83 = 166$; $1 + 6 + 6 = 13$.

17. B De woordenboeken kunnen op $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ manieren naast elkaar staan, de romans op $2 \cdot 1 = 2$ manieren. De woordenboeken kunnen links of rechts staan. Totaal dus $6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ manieren.

18. E $141, 147, 252, 258, 303, 363, 369, 414, 474, 525, 585, 630, 636, 696, 741, 747, 852, 858, 963, 969$ zijn de mogelijke getallen.

19. C De balans links geeft aan $a > b$, $c > d$ en $a + b > c + d$. Maar dan moet ook $2a = a + a > a + b > c + d > d + d = 2d$, dus $a > d$.
Daarmee vallen de mogelijkheden B en E af.
Mogelijkheid D valt af omdat $b + d < a + c$.
Mogelijkheid A valt af omdat eerst $a + b > c + d$, daarna $a + b < c + d$.

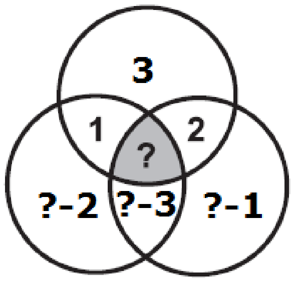
20. D $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$, dit geeft als enige mogelijkheden voor de leeftijden van vader en zoon :

vader	2015	403	155	65	31	13	5	1
zoon	1	5	13	31	65	155	403	2015

Hiervan is alleen de combinatie vader 65 en zoon 31 een reële.

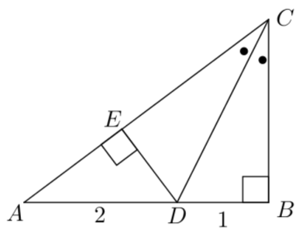
21. E $n = 37$ is een priemgetal, maar $n - 2 = 35$ en $n + 2 = 39$ geen van beide.

22. C Je kunt achtereenvolgens de gebieden boven en onder het vraagteken eerst invullen, daarna de gebieden links- en rechtsonder. Dit levert het plaatje hiernaast op. Kijk nu naar het gebied recht onder het vraagteken. Daar moet voor gelden $? -2+ ? + ? -1 = ?$. Hieruit volgt $? = 0$.



23. C Het grootste getal van twee cijfers is 99. De enige machten van 2 die je kunt optellen zijn daarom $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, … , $2^6 = 64$. Als je er daarvan zes moet optellen, dan krijg je de volgende mogelijkheden:
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$;
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^6 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 64 = 95$;
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^5 + 2^6 = 1 + 2 + 4 + 8 + 32 + 64 = 111$;
$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 1 + 2 + 4 + 16 + 32 + 64 = 119$;
$2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 1 + 2 + 8 + 16 + 32 + 64 = 123$;
$2^0 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 1 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 125$;
$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 126$.

24. C Neem E op AC zodat $DE \perp AC$, dan zijn de driehoeken CDE en DBC vanwege de gelijke hoeken gelijk, dus $DE = 1$.
Met de stelling van Pythagoras volgt dan $AE = \sqrt{3}$ en dus $AC = CE + \sqrt{3} = BC + \sqrt{3}$.
De stelling van Pythagoras op de grote driehoek geeft nu $3^2 + BC^2 = (BC + \sqrt{3})^2$, zodat $BC = \sqrt{3}$.



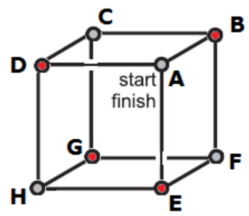
Nogmaals de stelling van Pythagoras geeft $CD = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$.

25. D De witte driehoek links is een 'vergroting' van de gehele driehoek met factor $\frac{4}{5}$ en heeft daarom een oppervlakte die $(\frac{4}{5})^2 = \frac{16}{25}$ deel is van de oppervlakte van de gehele driehoek. Het grijze gebied heeft dus $\frac{9}{25}$ deel van de oppervlakte. $\frac{9}{25} = (\frac{3}{5})^2$, dus de grijze driehoek rechts is een vergroting van de gehele driehoek met factor $\frac{3}{5}$. $BY = \frac{3}{5}\,AB$ en $YA = \frac{2}{5}\,AB$.

26. A Als $A = 1$, dan kan $B = 2$, $B = 3$, ... , $B = 8$ zijn. Als dan bijvoorbeeld $B = 2$, dan kan $C = 3$, $C = 4$, ... , $C = 9$ zijn. Zo doorredenerend vinden we $(7+6+5+4+3+2+1)+(6+5+4+3+2+1)+(5+4+3+2+1)+(4+3+2+1)+(3+2+1)+(2+1)+1 = 28+21+15+10+6+3+1 = 84$ mogelijkheden.

27. C De som van de $n-1$ overgebleven getallen is $4{,}75 \cdot (n-1)$. De som van de getallen 1, 2, ..., n is $\frac{1}{2}n(n+1)$. Het weggelaten getal is dus gelijk aan $\frac{1}{2}n(n+1) - 4{,}75(n-1) = \frac{1}{2}n^2 - 4{,}25n + 4{,}75$. Verschillende n's proberen geeft alleen voor $n = 9$ één van de genoemde getallen, namelijk 7.

28. D Het aantal ribben moet in ieder geval even zijn. In de figuur zie je dat de wandeling moet gaan van grijs naar rood, naar grijs, naar rood, ..., naar grijs. In A komen drie ribben samen, dus na haar vertrek uit A moet juffrouw er een keer terug komen, nog een keer uit A vertrekken. Maar ze finisht daar ook en moet daarom minimaal één ribbe twee keer bewandelen. Het aantal te bewandelen ribben is dus even en meer dan 12. Antwoordmogelijkheden A, B en C vallen dus al af. Lengte 16 kan wel, bijvoorbeeld via de wandeling $A-E-F-G-H-E-A-B-F-B-C-G-C-D-H-D-A$.



29. B Stel a is het product van de 9 andere getallen: $a = b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h \cdot i \cdot j$, dan is het product van alle getallen gelijk aan $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h \cdot i \cdot j = a \cdot a = a^2$. Timon kan dus alleen de getallen waarvan het kwadraat gelijk is aan het product van alle getallen onderstrepen, dus nooit meer dan twee. En dat kan ook gebeuren: $-1 = 1 \cdot -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot \frac{1}{5}$ en $1 = -1 \cdot -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot \frac{1}{5}$

30. C Je mag aannemen dat A links van B ligt (anders spiegel je de lijn met punten). Schrijf nu a = het aantal rode punten links van A, b = het aantal rode punten tussen A en B en c = het aantal rode punten rechts van B. Dan is $a(b+c+1) = 80$ en $(a+b+1)c = 90$. Hieruit volgt
$10 = 90 - 80 = (a+b+1)c - a(b+c+1) = bc + c - ab - a = (b+1)(c-a)$.
Dit geeft de mogelijkheden:
$b+1 = 1$, $c-a = 10$, $c = a+10$, $a(a+11) = 80 \Rightarrow a = 5,\ b = 0,\ c = 15$;
$b+1 = 2$, $c-a = 5$, $c = a+5$, $a(a+7) = 80 \Rightarrow a$ niet geheel;
$b+1 = 5$, $c-a = 2$, $c = a+2$, $a(a+7) = 80 \Rightarrow a$ niet geheel;
$b+1 = 10$, $c-a = 1$, $c = a+1$, $a(a+11) = 80 \Rightarrow a = 5,\ b = 9,\ c = 6$.
Het aantal rode punten is $a+b+c+2 = 22$