UITWERKINGEN WIZPROF 2012

1. **D** 11,11-1,111 = 9,999

2. **D** Het donkere stuk rechts moet nog een blokje beneden aan de achterkant hebben.

3. **D** Het verschil 220-144 = 76 heeft rest 0 bij deling door dat zelfde positieve getal en is dus deelbaar door dat getal. Het getal is dus 1, 2, 4, 19, 38 of 76. Als je 220 en 144 door deze getallen gaat delen zie je dat alleen 19 rest 11 geeft.

4. **E** De uitkomst van de berekening 2 x getal + 9 is altijd oneven. Het laatste getal van de rij 25, 39, 19, 38 is echter even. Anna heeft dus een fout gemaakt.

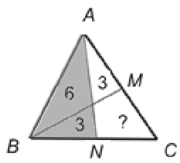
5. **A** Het getal moet uit 6 enen en een nul bestaan.

6. **E** 2:59 is 1 voor 3. De afwijking van 3 voor 3 is 2 minuten, de afwijking van 2 na 3 is 3 minuten, de afwijking van 3 na 3 is 4 minuten en de afwijking van 6 voor 3 is 5 minuten.

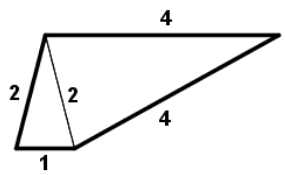
7. **C** De oppervlakte van vierkant ABCE en van driehoek CDE is 16 cm^2. De hoogte van driehoek CDE is daarom 8 cm. D ligt dus 8+4 = 12 cm boven de grondlijn.

8. **B** Volgens de stelling van Pythagoras is de schuine zijde 10 cm lang. De zijden van driehoek KLM zijn half zo lang, dus 3, 4 en 5 cm. De omtrek is dus 12 cm.

9. **D** Als je de driehoek wat draait (zie het plaatje), dan zie je dat de driehoeken ABN en ACN dezelfde hoogte hebben. BN = CN, dus hebben de twee driehoek dezelfde oppervlakte. Maar dan heeft het gebied met het vraagteken oppervlakte 6.



10. **C** De vierhoek heeft dan zijden van lengte 1, 4, 4 en 2, zie het plaatje. De omtrek is dan 11.



11. **C** *lucas*+*tafel*=80+*daan*; *daan*+*tafel*=100+*lucas.* Dus *lucas*+*tafel*+*daan*+*tafel* =80+*daan*+100+*lucas*, zodat *tafel*+*tafel* =180*.* De tafel is dus 90 cm hoog.

12. **B** Als Julia *j* spelletjes heeft gewonnen, dan heeft Emma er 30-*j* gewonnen. Julia krijgt 3*j* euro en moet 2(30-*j*) betalen. Dus 3*j*=2(30-*j*), *j*=12.

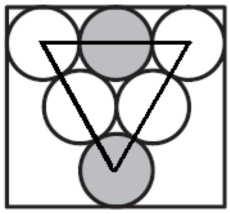
13. **E** De mogelijke getallen zijn 3300, 2310, 2301, 1320, 1311 en 1302.

14. **E** (C) kan niet vanwege de eerste voorspelling, (B) niet vanwege de tweede, (A) vanwege de derde en (D) vanwege de vierde. (E) voldoet wel aan alle voorspellingen.

15. **C** $2^{59}\cdot 3^4\cdot 5^{53} = 2^6\cdot 3^4\cdot 2^{53}\cdot 5^{53} = 2^6\cdot 3^4\cdot 10^{53}$ is dus $2^6\cdot 3^4$ gevolgd door 53 nullen.
$2^6 = 64$ en $3^4 = 81$, $2^6\cdot 3^4 = 64\cdot 81$ eindigt dus op een 4.

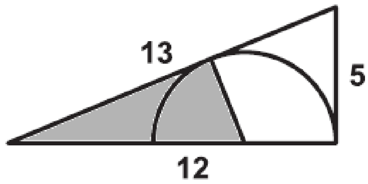
16. B De getallen 1 t/m 9 hebben allen 1 cijfer, de getallen 10 t/m 99 allen 2 cijfers. De getallen 1 t/m 99 hebben dus totaal 9*1+90*2 = 189 cijfers. Vanaf 100 hebben de getallen 3 cijfers, daarvan zijn er nog (231-189)/3 = 14 in de lijst. Dat zijn de getallen 100, 101, ... , 113.

17. A Als je zo weinig mogelijk schakels wilt openen en weer sluiten, dan moet je zoveel mogelijk stukjes van twee schakels heel laten. Dat kan door 8 stukjes heel te laten en van de overige 4 stukjes alle schakels te openen. Dus moet je 4*2 = 8 schakels openen.

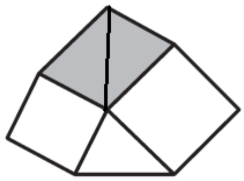


18. C De cirkels hebben straal 1 cm, de ingetekende gelijkzijdige driehoek heeft dan zijden van 4 cm. Volgens Pythagoras is de hoogte van deze driehoek gelijk aan $\sqrt{(4^2-2^2)} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm. De afstand tussen de grijze cirkels is dus $2\sqrt{3} - 2$ cm.

19. B De grijze driehoek is gelijkvormig met de hele driehoek. De verhouding van overeenkomstige zijden is dan gelijk, dus 5:*straal* = 13:(12-*straal*). Dit geeft de vergelijking 5·(12-*straal*) = 13·*straal* met als oplossing *straal* = 60/18 = 10/3.



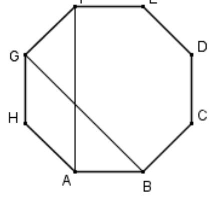
20. B Eén van de diagonalen deelt de parallellogram op in twee driehoeken die congruent (gelijk) zijn met de driehoek tussen de twee vierkanten. De oppervlakte van het parallellogram is daarom 2*8 = 16 cm^2.



21. B Stel het ontbrekende getal in de eerste kolom is *a*. Dan is de som van elke kolom gelijk aan *a*+8. Het ontbrekende getal in de tweede kolom is daarom *a*+1, het ontbrekende getal in de derde kolom is *a*+4. De eerste rij heeft dan som *a*+12, dus de derde rij ook: 6+*a*+1+1+?=*a*+12. Hieruit volgt ?=4.

22. A Aan het begin zijn er een even aantal lampjes aan, namelijk 0. Iedere keer dat Ismael en Lisa een schakelaar omzetten, dan gaan er twee extra lampjes aan of er gaan twee extra lampjes uit, of er gaat er eentje aan en eentje uit. Hoe dan ook, het aantal lampjes dat aan is moet dus altijd even zijn.

23. E Totaal kun je 4*4 = 16 paren lijnen tekenen. Om drie gebieden te krijgen, mogen de twee lijnen elkaar niet snijden, zoals het plaatje laat zien. Maar dan zijn er 4+3+2+1=10 paren lijnen goed. De kans is dus 10/16 = 5/8.



24. D $2012=2^2\cdot 503=2^2\cdot(512-9)= 2^2\cdot(2^9-9)$.

25. B De getallen in elke kolom zijn allemaal 1 groter dan de getallen ernaast in de kolom ervoor. Totaal heeft de tabel 15 rijen, daarom is de som van de 14 getallen in de tweede kolom 14-1 groter dan die van de eerste. De som van de 13 getallen in de derde kolom is 13-3 groter dan die van de tweede, enzovoort. De sommen zijn achtereenvolgens 14-1 = 13, 13-3 = 10, 12-6 = 6, 11-10 = 1, 10-15 = -5 groter. De 5^e kolom heeft dus de grootste som.

26. D Stel BN = x, dan is CN = AN = 16 – x. De stelling van Pythagoras in driehoek ABN geeft dan $(16 - x)^2 = 4^2 + x^2$, waaruit volgt $x = 7½$. Driehoek AMD′ is congruent (gelijk) aan driehoek ABN. Dus is AM = NC = 8½. Maar dan is vierhoek ABNM de helft van ABCD en heeft dus een oppervlakte ½*16*4=32 cm^2. De oppervlakte van driehoek AMD′ is gelijk aan ½*4*7½ = 15 cm^2. Vijfhoek ABNMD′ heeft derhalve een oppervlakte 32 + 15 = 47 cm^2.

27. C $1\cdot0\cdot0 + 1\cdot0\cdot1 + \ldots + 9\cdot9\cdot9 =$
$1\cdot(0\cdot0 + 0\cdot1 + \ldots +9\cdot9) + 2\cdot(0\cdot0 + 0\cdot1 + \ldots +9\cdot9) + \ldots + 9\cdot(0\cdot0 + 0\cdot1 + \ldots +9\cdot9)=$
$(1+2+\ldots+9)\cdot(0\cdot0 + 0\cdot1 + \ldots 9\cdot9)=$
$(1+2+\ldots+9)\cdot(0\cdot(0 + 1 + \ldots 9)+ 1\cdot(0 + 1 + \ldots 9)+\ldots+ 9\cdot(0 + 1 + \ldots 9))=$
$(1+2+\ldots+9)\cdot(0 + 1 + \ldots 9)\cdot(0 + 1 + \ldots 9) = 45\cdot45\cdot45$

28. A Stel de lengte van trein G is g meter, dan is de snelheid van trein G $g/8$ m/s. Als je de lengte van trein H h meter noemt, dan heeft trein H een snelheid van $h/12$ m/s. De achterkanten van de treinen naderen elkaar dan met een snelheid van $g/8 + h/12 = (3g + 2h)/24$ m/s. Zij leggen $g+h$ meter af in 9 seconden, dus die snelheid is ook gelijk aan $(g+h)/9$ m/s. Hieruit volgt $(3g + 2h)/24 = (g+h)/9$; $24g+24h = 27g+18h$; $6h = 3g$; $2h = g$. Trein G is dus twee keer zo lang als trein H.

29. E De leuke getallen van drie cijfers zijn 199, 299, 399, ... , 999. Hun som is 5391.

30. C Bij het begin moet je van S naar A. In A gekomen, heb je twee mogelijkheden: naar S of naar B. De eerste keren moet je dan terug naar A, pas de 13^e^ zet kun/mag je naar F. Dit geeft de volgende serie: S-A-B/S-A-B/S-A-B/S-A-B/S-A-B/S-A-B/S-F. Je moet dus 6 keer kiezen uit 2 mogelijkheden. Dit geeft $2^6=64$ manieren.