Uitwerkingen wizPROF 2025

1. C 2052, 2205, 2250, 2502, 2520, 5022, 5202 en 5220.

2. D Je hebt dan $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$ kopjes water nodig.

3. D De zeshoek bestaat uit 6 gelijke driehoeken. Daarvan moet een derde, dus 2 driehoeken, zwart zijn en de helft, dus 3 driehoeken, wit.

4. D Als de basis 50% groter wordt, dan wordt die $1\frac{1}{2}$ keer zo groot.
Als de hoogte een derde kleiner wordt, dan wordt die $\frac{2}{3}$ keer zo groot.
De oppervlakte wordt daardoor $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$ keer zo groot.

5. D Als beide flappen zijn dichtgevouwen, dan zijn alleen de 9 en de 5 uit de middelste kolom zichtbaar. De som is daarom $9 + 5 = 14$.

6. B De vroegst mogelijke datum krijg je als donderdag op 1 maart valt. De derde donderdag valt dan op 15 maart.

7. B $\angle CAX = \angle CAB = 45°$, $\angle ACX = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 45 = 22\frac{1}{2}°$,
dus $\angle AXC = 180 - 45 - 22\frac{1}{2} = 112\frac{1}{2}°$.

8. A Luka heeft 8 katten en konijnen (geen honden), 5 katten en honden en 7 honden en konijnen. Totaal zijn dat $8 + 5 + 7 = 20$ dieren. Maar je telt elke hond, elke kat en elk konijn zo 2 keer, dus heeft Luka $\frac{20}{2} = 10$ huisdieren.

9. B $PR = OQ = 10$ cm, dus oppervlakte vierkant $OPQR = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$ cm^2, dus oppervlakte driehoek $PQR = 25$ cm^2.

10. C Eén van de medailles in de gele en één van de medailles in de witte foto hiernaast moeten goud zijn, dus dan weet je dat medaille 1 zilver moet zijn. Net zo zijn de medailles 2 (groen en roze), 4 (rood en wit), 5 (geel en roze) en 7 (rood en blauw) allemaal zilver. De gouden medailles zijn dus de medailles 3 en 6 met som $3 + 6 = 9$.

11. D Het getal gevormd door de laatste twee cijfers moet ook deelbaar zijn door 8, want 8000 is ook deelbaar door 8. Omdat het gehele getal deelbaar is door 9, is de som van de cijfers deelbaar door 9. Dus de som van de laatste twee cijfers plus 8 moet deelbaar zijn door 9. De laatste twee cijfers zijn daarom 01, 10, 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82 of 91. De laatste twee cijfers zijn derhalve 64 met product $6 \cdot 4 = 24$.

12. E Hoogte kleine foto $= \frac{9}{16}$ breedte kleine foto$= \frac{9}{16}$ hoogte grote foto.
Breedte kleine foto = hoogte grote foto $= \frac{9}{16}$ van breedte grote foto.
Dus hoogte en breedte zijn beiden $\frac{9}{16}$ keer zo groot geworden, dus de oppervlakte is $\left(\frac{9}{16}\right)^2 = \frac{81}{256}$ keer zo groot geworden.

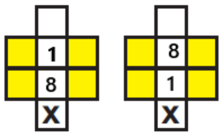
13. C Kate en Tom zijn respectievelijk $19k$ en $17k$ jaar oud voor een zeker natuurlijk getal k. De som van hun leeftijden is dan $36k$. Alleen voor $k = 2$ ligt deze tussen de 40 en 100. Kate is dus $19 \cdot 2 = 38$ jaar.

14. C Noem het aantal schoten links l en het aantal schoten rechts r.
Dan is $l + r = 27$ en $\frac{1}{2}l + \frac{1}{5}r = 9$, ofwel $2\frac{1}{2}l + r = 45$.
Deze twee vergelijkingen van elkaar aftrekken geeft $1\frac{1}{2}l = 18$, dus $l = 12$ en de helft daarvan was raak.

15. D Er zijn twee manieren om steen 4 als derde weg te halen:
steen 1 – steen 2 – steen 4 of steen 2 – steen 1 – steen 4.
In beide gevallen is de kans $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$, dus de kans is $2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$.

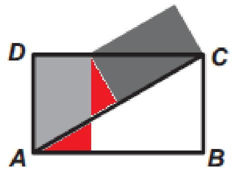
16. B In het rode vakje hiernaast kan geen 2 staan: de cijfers 1 en 3 mogen niet in een geel vakje staan en moeten daarmee allebei in het witte vakje boven. Hetzelfde geldt voor het vakje direct boven het rode vakje. In deze twee vakjes moeten dus de cijfers 1 en 8 komen.

In beide gevallen kunnen de cijfers 2 en 7 niet in de gele vakjes hiernaast komen. Deze twee cijfers moeten dus in het witte vakje boven en het vakje X komen. In het linker geval boven de 7 en onder de 2, in het rechter geval boven de 2 en onder de 7.



17. C $N = 954111$

18. D De twee rode driehoekjes hiernaast zijn congruent: twee gelijke hoeken (snijdende lijnen bij het gemeenschappelijke hoekpunt en een rechte hoek) en een gelijke zijde (de breedte van de grijze rechthoeken). De oppervlakte van driehoek ACD is dus gelijk aan de halve oppervlakte van de donkergrijze rechthoek plus de oppervlakte van de lichtgrijze rechthoek, ofwel $4+\frac{1}{2}\cdot 4=6$. De oppervlakte van rechthoek $ABCD$ is derhalve 12.



19. E Noem de drie priemgetallen p, q en r. Dan is $pqr=11(p+q+r)$, dus één van de priemgetallen moet 11 zijn: $r=11$ en dus $11pq=11(p+q+11)$, zodat $pq=p+q+11$ (*).
p en q kunnen niet beiden ≥ 5 zijn, want (neem $p>q$) dan zou het linkerlid van (*) $\geq 5p$ zijn en het rechterlid $\leq 2p+11$.
Dus is $q=2$ en dan geeft (*) $p=13$ of $q=3$ met $p=7$. Maar dan volgt $S=11+2+13=26$ of $S=11+3+7=21$.

20. D In de zak zitten 11 balletjes met een niet-priemgetal (1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16 en 18). Sara weet dus zeker dat ze minstens 3 priemgetallen heeft weggehaald als ze 11+3=14 balletjes heeft weggehaald.

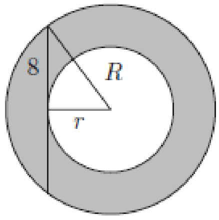
21. C Stel $CD=x$. De lengte en breedte van de overlappende rechthoek zijn dan $15-x$ en $12-x$. Dit geeft $(15-x)(12-x)=18$. Oplossen van deze vergelijking geeft $x=9$ of $x=18$. De laatste mogelijkheid is te groot, CD is maximaal $7+8=15$, dus $x=9$ en de omtrek is $4\cdot 9 = 36$.

22. E Omdat $B\cdot B$ eindigt op $A\neq B$, kan B alleen maar 2, 3, 4, 7, 8 of 9 zijn.
Het voorste cijfer B van het product is gelijk aan $A\cdot B$ of, als er 1 moet worden meegenomen bij het vermenigvuldigen van het tweede cijfer van het getal, 1 meer. Dit kan alleen maar als $A=1$ en $B=9$. Als het getal gelijk is aan $1ab9$, waarbij $a>1$, dan $9*1ab9>9*12b>10.000$ en dat mag niet. Dus het getal is $11b9$ of $10b9$. In het eerste geval kan alleen $b=0$, in het tweede geval kan elk cijfer b. Er zijn daarom 11 mogelijke getallen.

23. D De vorm is dan een vierkant van $2025=45^2$ vierkantjes. De omtrek is daarom $4\cdot 45\cdot 0{,}5=90$ cm.

24. C Omdat $ABCDE$ deelbaar is door 5, moet $E=5$. De getallen AB, $ABCD$ en $ABCDEF$ moeten even zijn, dus de cijfers B, D en F ook. A en C zijn dus de cijfers 1 en 3. Daarom is $ABC = 123, 143, 163, 321, 341$ of 361. Hiervan zijn alleen 123 en 321 deelbaar door 3. Nu weten we dat $ABCD = 1234, 1236, 3214$ of 3216. Alleen 1236 en 3216 zijn deelbaar door 4, dus $D=6$ en $F=4$.

25. C We schuiven de kleine cirkel naar beneden zodat beide cirkels hetzelfde middelpunt hebben, zie de figuur hiernaast. De oppervlakte van het grijze gebied verandert daardoor niet. De getekende stralen van de kleine en de grote cirkel vormen nu samen met een deel van de koorde een rechthoekige driehoek met zijden r, 8 en R. Volgens de stelling van Pythagoras is dan $r^2 + 8^2 = R^2$, ofwel $R^2 - r^2 = 64$.



De oppervlakte van het grijze gebied is dus $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 64\pi$.

26. D $a_3 = \frac{a_1+a_2}{2}$,

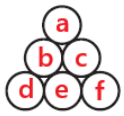
$a_4 = \frac{a_1+a_2+a_3}{3} = \frac{a_1+a_2+\frac{a_1+a_2}{2}}{3} = \frac{a_1+a_2}{2}$,

$a_5 = \frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{4} = \frac{a_1+a_2+\frac{a_1+a_2}{2}+\frac{a_1+a_2}{2}}{4} = \frac{a_1+a_2}{2}$

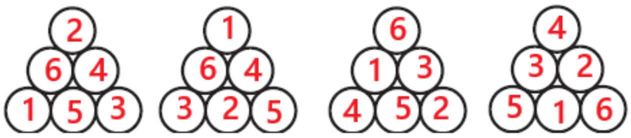
en zo doorgaand vinden we vanaf $n = 3$ telkens $a_n = \frac{a_1+a_2}{2}$.

Dus $a_{10} = \frac{a_1+a_2}{2}$, zodat $26 = \frac{8+a_2}{2}$, $52 = 8 + a_2$ en $a_2 = 44$.

27. D In de figuur hiernaast geldt dus $a + b + d = a + c + f = d + e + f = S$.



Dan is $3S = a + b + d + a + c + f + d + e + f =$
$a + b + c + d + e + f + a + d + f = 21 + a + d + f$.
Nu zijn $3S$ en 21 allebei deelbaar door 3, dus moet $a + d + f$ ook deelbaar zijn door 3. Maar ook is $6 = 1 + 2 + 3 \leq a + d + f \leq 4 + 5 + 6 = 15$.
Er zijn dus maximaal 4 mogelijkheden voor $a + d + f$, nl. 6, 9, 12 en 15, en die kunnen ook allemaal:



28. D Als alle tweelingkinderen dezelfde kleur krijgen, dan zijn er 2 mogelijkheden (allemaal blauw of allemaal rood).
In het andere geval zijn er 2 paar tweelingkinderen met dezelfde kleur, waarvoor je 2 keuzes hebt. Deze 2 paar kunnen op 3 manieren gekozen worden. Van de overige 6 kinderen moeten er 2 ook die kleur krijgen, deze kun je op $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ manieren kiezen.
Het aantal manieren om de hoeden te verdelen is dus $2 + 2 \cdot 3 \cdot 15 = 92$.

29. E De getallen 1 en 8 moeten linksboven en rechtsonder komen te staan. Voor de getallen 2 en 7 zijn er 4 mogelijkheden:

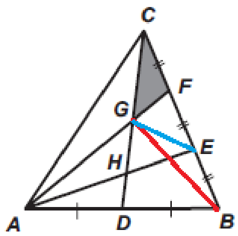
1	2		
		7	8

1	2		7
		6	8

1	3		
2		7	8

1	3		7
2		6	8

In het eerste geval kunnen boven komen te staan 34, 35, 36, 45, 46 of 56. Onder komen dan 56, 46, 45, 36, 35 of 34. Dat zijn 6 mogelijkheden.
In het tweede getal moet het getal 6 voor het getal 8 komen te staan. Op de enige nog open plaats boven kan dan een 3, 4 of 5 staan, waarna beneden 45, 35 of 34 moet komen. Dit geeft 3 mogelijkheden.
Op dezelfde manier moet in het derde geval de 3 achter de 1 komen en zijn er weer 3 mogelijkheden: 4, 5, 6 beneden en 56, 46 en 45 boven.
In het laatste geval zijn er 2 mogelijkheden: 4 boven en 5 beneden of omgekeerd.
Totaal zijn er dus $6 + 3 + 3 + 2 = 14$ manieren.



30. B Trek de lijnstukken BG en EG. Je krijgt dan drie driehoeken met dezelfde oppervlakte a: $\triangle CFG$, $\triangle EFG$ en $\triangle BEG$ (gelijke hoogte en basis). Ook de driehoeken $\triangle ADG$ en $\triangle BDG$ hebben een gelijke oppervlakte b.
De oppervlakte van $\triangle DBC = 30$, dus $3a + b = 30$, dus $6a + 2b = 60$ (*).
Omdat $BF = \frac{2}{3}BC$ is oppervlakte $\triangle ABF = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40$, dus $2a + 2b = 40$.
Samen met (*) geeft dit $4a = 20$, dus $a = 5$.