Uitwerkingen Kangoeroe 2004 – versie 3

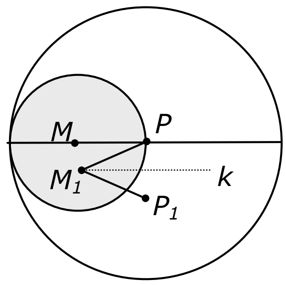
1. C (1-2) – (3-4) – (5-6) – (7-8) – (9-10) – (11-12) = -1 - -1 - -1 - -1 - -1 - -1 = 4
2. A Hielke heeft 1002 blauwe, 501 rode en 334 groene knikkers. De rest, 167, is wit.
3. B Er zijn zes opstaande vlakken en een grondvlak (dat dus een zeshoek is). Het aantal opstaande ribben is dus 6, terwijl er ook 6 ribben in het grondvlak zitten.
4. D De echte omtrek is 2 x 60 + 2 x 40 = 200 meter, op de plattegrond is de omtrek 1 meter. De schaal is dus 1:200
5. C Als Tim twee punten meer zou hebben, had Tim twee keer zoveel punten als Tom. Als Tim vier punten minder zou hebben, had Tim half zoveel punten als Tom. Dus zes punten is anderhalf keer het aantal punten van Tom. Dus Tom heeft 4 punten. Tim heeft er $2 \times 4 - 2 = 6$.
6. D Hoek A in driehoek ABC is 75°. Dus is driehoek ABC gelijkbenig, AC = BC. Maar dan is ook AC = AD, driehoek ADC is gelijkbenig en de hoeken bij C en D zijn gelijk, beide dus 65°.
7. C Als bij 12 stuks fruit zeker een appel zit, dan zijn er hoogstens 11 peren. Als bij 20 stuks fruit zeker een peer zit, dan zijn er hoogstens 19 appels. Dus zijn er precies 11 peren en 19 appels.
8. E De grijze hokjes kunnen we naar de boven- en de linkerkant schuiven. Dat past precies. We houden dan een wit vierkant met zijde 2002 over. Er zijn dus 2002^2 witte hokjes.
9. C Noem de straal van de zwarte cirkel r, dan is de oppervlakte van deze cirkel $\pi \cdot r^2$. De straal van de cirkel en de witte ring samen is dan $2r$ en de oppervlakte $\pi \cdot (2r)^2 = 4\pi \cdot r^2$. De straal van het dartbord is dan $3r$ en de oppervlakte $\pi \cdot (3r)^2 = 9\pi \cdot r^2$. De oppervlakte van de zwarte ring is dan $5\pi \cdot r^2$ en dat is 5 keer de oppervlakte van de zwarte cirkel.
10. B Als Ina 12 (= 3x4 = 2x6) noten krijgt, dan krijgt Olivia er 3x3 = 9 en Nathalie er 2x7 = 14. Samen krijgen ze dan 35 noten. Dit kan 770÷35 = 22 keer. Het aantal noten per persoon is dus 22 x 9 = 198, 22 x 12 = 264 en 22 x 14 = 308. De jongste krijgt dus 198 noten.
11. C 4 = 2 x 2, dus als je alle getallen vermenigvuldigt, dan krijg je het product van een aantal tweeën (maximaal 10). Het enige van de genoemde getallen dat je dan kunt krijgen is 2x2x2x2x2x2x2x2=256.
12. C Als je aquarium II in I zet, dan verliest het water de helft van zijn ruimte (2 dm^2 wordt 1 dm^2). Het zou dus 10 cm hoog moeten komen te staan. Maar op 7 cm hoogte stroomt het in aquarium II. Deze heeft dezelfde oppervlakte als de bodem van I waar nog water op staat, dus stroomt er 3 cm in II.
13. D Als je de laatste ring weglaat, dan wordt de ketting 4 cm korter. Doe je dit een aantal keren, dan hou je één ring over en die is 6 cm. Het aantal ringen is dus 1 + 164÷4 = 42.
14. B Stel de straal van de kleine cirkel is r. Dan is volgens de stelling van Pythagoras AB gelijk aan $\sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2} = r\sqrt{2}$. Omdat driehoek ADB is gelijkzijdig is (alle hoeken zijn 60°), is de straal van de grote cirkel $r\sqrt{2}$. De oppervlaktes zijn gelijk aan $\pi \cdot r^2$ (de kleine cirkel) en $\pi \cdot (r\sqrt{2})^2 = 2\pi \cdot r^2$ (de grote cirkel). Ze verhouden zich dus als 2:1.
15. E Het uiteinde van de minutenwijzer doorloopt een cirkel met een twee keer zo grote straal als het uiteinde van de uurwijzer. Hij gaat ook 12 keer zo snel, dus legt hij een 24 keer zo grote afstand af, d.w.z. de verhouding is 1:24.
16. D Teken de driehoek met hoekpunten het middelpunt van de bovenste halve cirkel, het middelpunt van de linker halve cirkel en het raakpunt van de onderste halve cirkels. Je krijgt dan een rechthoekige driehoek met een schuine zijde 1+2=3 dm en een rechthoekszijde 1 dm. Met de stelling van Pythagoras volgt dat de andere rechthoekszijde, de hoogte, gelijk is aan $\sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$.

17. D 87÷7=12 rest 3, dus Hielke heeft minstens 13 vragen goed beantwoord. 13 goede vragen leveren 13x7=91 punten op. Met 2 foute en 5 onbeantwoorde vragen komt Hielke dan uit op 91-2x2=87 punten. Bij 14 goede vragen is het aantal punten even, 14x7=98, en bij iedere fout gaan er 2 punten af, dus eindig je even. Bij 15 goede vragen en 5 fouten kom je uit op 15x7-5x2=95.

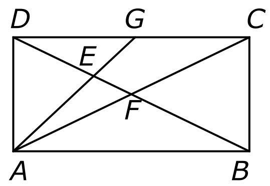
18. C In het tweede hokje van de bovenste rij moet een dicht ronsje komen. Voor het derde hokje in de bovenste rij heb je twee mogelijkheden: een open of een dicht vierkantje. De rest van de hokjes in de bovenste twee rijen kun je daarna maar op één manier invullen. Voor de eerste hokjes in de beide onderste rijen heb je ook maar één keuze. Voor het derde hokje in de derde rij heb je dan twee keuzes (open of dicht rondje), waarna de rest weer vastligt. Er zijn dus 2x2 = 4 mogelijkheden om het vierkant af te maken.

19. D $2^1 \times 3^4 = 162$, $2^2 \times 3^3 = 108$, $2^4 \times 3^2 = 144$, $2^6 \times 3^1 = 192$, $2^7 \times 3^0 = 128$

20. A Noem M het middelpunt van de kleine cirkel. Punt P is bij het begin het middelpunt van de grote cirkel. Als de kleine cirkel een stukje is doorgedraaid, dan is M gedraaid naar M_1 en P ligt nu op P_1. Omdat de straal van de grote cirkel 2 keer de straal van de kleine cirkel is, draait de kleine cirkel 2 keer zo snel, dus is $\angle PM_1P_1 = 2 \times \angle MPM_1$. Als k de deellijn van $\angle PM_1P_1$ is, dan is k dus evenwijdig aan MP. Omdat k loodrecht staat op PP_1, staat PP_1 ook loodrecht op PM. Dit geldt voor elke draaiingshoek, dus is de baan van P een verticale rechte lijn.



21. C De driehoeken DEG en ABE zijn gelijkvormig. Driehoek ABE is twee keer zo groot als DEG, dus is BE twee keer zo groot als DE. DE is dus 1/3 deel van BD. BF is uiteraard de helft, dus voor EF blijft 1/6 deel over.



22. C Nog voor de top gaat de bergbeklimmer een eindje terug. Nadat hij over de top is, daalt hij af, stijgt naar de kleinere top en begint aan de grote afdaling. Na een tijdje gaat hij terug naar de kleinere top, waarna hij weer gaat afdalen. Ook daarna gaat hij nog eens een heel klein eindje terug.

23. E De getallen zijn viervouden. Dus ze eindigen op 00, 04, 08, … , 96. Omdat de som van de cijfers 6 is, blijven voor de laatste twee cijfers alleen over: 00, 04, 12, 20, 32, 40. Hierbij vinden we de volgende mogelijkheden: 6000, 5100, 4200, 3300, 2400, 1500 ; 2004, 1104 ; 3012, 2202, 1312 ; 4020, 3120, 2220, 1320 ; 1032 ; 2040, 1140.

24. E De eigenschap betekent dat een van de drie erop volgende getallen een veelvoud van 7 moet zijn. De veelvouden van 7 tussen 100 en 220 zijn: 105, 112, 119, ..., 210 en 217. Dit geeft 51 getallen (105 = 15 x 7 en 217 = 31 x 7, dus 17 maal 3 getallen).

25. C Opgerold is de rode loper een rol met een diameter van 50 cm, dus een oppervlakte van $\pi \cdot 25^2 \approx 3 \cdot 625 = 1875\,\text{cm}^2$ (eigenlijk iets meer want $\pi \approx 3{,}14$). Uitgerold krijg je van opzij bekeken een rechthoek met een breedte van 1 cm en een oppervlakte van dus iets meer dan 1875 cm^2. De lengte is dus iets meer dan 1875 cm, d.w.z. ongeveer 19 m.

26. C De rechthoek bestaat uit 6 gelijke rechthoekige driehoeken. De langste rechthoekszijde is $\sqrt{3}$. Dat betekent dat LN = $2\sqrt{3}$. Met de stelling van Pythagoras volgt nu dat de lengte van de rechthoek gelijk is $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3$. De oppervlakte van de rechthoek is dan $3\sqrt{3}$, de ruit (bestaande uit 4 van de 6 rechthoekige driehoeken) heeft daarom een oppervlakte van $2\sqrt{3}$.

27. C Noem het getal op de voorkant a, op de achterkant b, op de linkerkant c, op de rechterkant d, op de onderkant e en op de bovenkant f. Dan is de bedoelde som gelijk aan ace+ade+acf+adf+bce+bde+bce+bdf = (a+b)(c+d)(e+f) = 70. De factoren a+b, c+d en e+f zijn groter dan 1. De enige ontbinding van 70 in drie factoren groter dan 1 is: 70 = 2 x 5 x 7. Dus is a+b+c+d+e+f = 2 + 5 + 7 = 14.

28. B

aantal enen op oneven plaatsen	aantal enen op even plaatsen	aantal manieren oneven plaatsen	aantal manieren even plaatsen	totaal
1	1	1 (moet vooraan)	4	1x4=4
2	2	3	6	3x6=18
3	3	3	4	3x4=12
4	4	1	1	1x1=1

Totaal dus 35 getallen.

29. D Noem de stralen van de twee kleine cirkels is r en R, dan is de straal van de grote cirkel is $r+R$.

$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot R^2 + 2\pi = \pi \cdot (r+R)^2$(oppervlaktes), dus

$r^2 + R^2 + 2 = r^2 + 2rR + R^2$, ofwel $rR = 1$.

Bekijk de rechthoekige driehoek *AMV*, waarbij *M* het middelpunt van de grote cirkel is en *V* het midden van *AB*. Dan geldt volgens de stelling van Pythagoras:

$MV^2 + VA^2 = MA^2$

$(R-r)^2 + VA^2 = (R+r)^2$

$VA^2 = 4rR = 4$

Dus $VA = 2$ en $AB = 4$.

30. E Bekijk eerst de getallen t/m 55. Hiervan worden er 15 opgeschreven, nl. 5, 10, 11, 15, 20, 22, 25, 30, 33, 35, 40, 44, 45, 50, 55. Van de volgende 55 getallen worden er weer 15 opgeschreven, enzovoort. 2004÷15=133 rest 9. Dus het 2004^e getal is 133 x 55 + 33 = 7348.