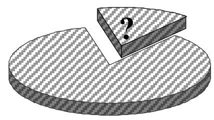
Uitwerkingen havo/vwo klas 3, 4 & 5

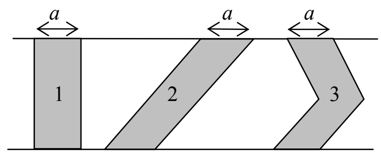


1. De taartpunt is 15% van de hele taart. Hoeveel graden is de hoek met het vraagteken?
A. 15 B. 20 C. 30 D. 45 E. 54

E 15% van 360° is 54°.

2. In Minoes' tuin is een rond bloemperk met een diameter van 1,2 meter. De buren van Minoes hebben ook een rond bloemperk, waarvan de oppervlakte vier keer zo groot is als die van het bloemperk in Minoes' tuin. Wat is de diameter van het bloemperk bij de buren?
A. 2,4 m B. 3,6 m C. 4,8 m D. 6,4 m E. 9,6 m

A De oppervlakte van een cirkel is πr^2. Een twee keer zo grote straal geeft dus een vier keer zo grote oppervlakte. Hetzelfde geldt dan ook voor de diameter. De diameter van het bloemperk bij de buren is dus $2 \cdot 1{,}2 = 2{,}4$ meter.



3. De drie stroken tussen de twee evenwijdige lijnen hebben aan de bovenkant allemaal dezelfde breedte a. Welke strook heeft de grootste oppervlakte?
A. strook 1 B. strook 2 C. strook 3
D. Kun je alleen beantwoorden als je a weet
E. Alle stroken hebben dezelfde oppervlakte

E De oppervlakte van elk der drie figuren is gelijk aan $a \cdot$ hoogte.

4. Je gooit met twee dobbelstenen en berekent de som van de ogen die boven komen. Welke van de volgende uitkomsten heeft de grootste kans?
A. 7 B. 8 C. 9 D. 10 E. 11

A In de tabel zie je alle mogelijke combinaties en hun som. Daaruit blijkt dat de kans op som 7 het grootst is (namelijk $\frac{6}{36}$).

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

5. In een driehoek ABC is hoek C drie keer zo groot als hoek A en is hoek B twee keer zo groot als hoek A. Wat kun je zeggen van driehoek ABC?
A. de driehoek is gelijkzijdig B. de driehoek is gelijkbenig
C. de driehoek heeft een stompe hoek D. de driehoek is rechthoekig
E. de driehoek heeft alleen maar scherpe hoeken die niet allemaal gelijk zijn

D $180° = \angle A + \angle B + \angle C = 3\angle C + 2\angle C + \angle C = 6\angle C$, dus $\angle C = 30°$ en $\angle A = 90°$. De driehoek is dus rechthoekig.

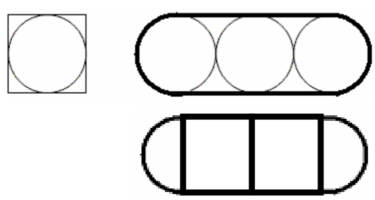
6. Een olievat bevat 30 liter meer als het voor 30% leeg is dan wanneer het voor 30% vol is. Hoeveel liter bevat het vat wanneer het vol is?
A. 60 B. 75 C. 90 D. 100 E. 120

B 30% leeg is 70% vol, dus 30 liter komt overeen met 40%. Dus komt 100% overeen met $\frac{30}{40} \cdot 100 = 75$ liter.

7. Drie zangers zingen alle drie vier keer een lied van drie regels. Het zingen van de regels duurt even lang. De tweede zanger begint te zingen als de eerste zanger aan de tweede regel begint. De derde zanger begint te zingen als de eerste zanger aan de derde regel begint. Welk gedeelte van de totale tijd dat er gezongen wordt zingen de drie zangers alle drie tegelijk?
A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{11}$ D. $\frac{5}{7}$ E. $\frac{4}{5}$

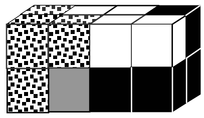
D De derde zanger zingt 12 regels. Hij begint na 2 regels, dus totaal worden er 14 regels gezongen. De 3^e t/m de 12^e regel zingen alle zangers. Na de 12^e regel zingt de eerste zanger niet meer. Totaal worden er dus 10 regels samen gezongen, ofwel $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ van het geheel.

8. De oppervlakte van het vierkant is a en de oppervlakte van de cirkel is b.
Wat is de oppervlakte van het gebied binnen de dikke lijn?
A. $3a$ B. $a + b$ C. $2a + b$ D. $a + 2b$ E. $3b$

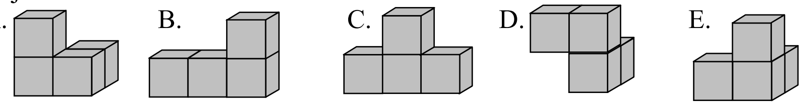


C De figuur bestaat uit twee vierkanten (samen oppervlakte 2a) en twee halve cirkels (samen oppervlakte b).

9. De puzzel hiernaast bestaat uit vier stukken van elk 4 kubusjes. Hoe ziet het grijze stukje er uit?



A. B. C. D. E.



C De overige drie grijze kubusjes moeten in de achterste onderste rij vanaf links staan.

10. In de optelling hiernaast staat elk van de letters X, Y en Z voor één van de cijfers 1, 2, 3, ..., 9. Verschillende letters staan voor verschillende cijfers. Waar staat de X voor?

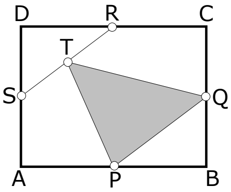
A. 1 B. 2 C. 7 D. 8 E. 9

$$\begin{array}{r} XX \\ YY \\ ZZ \\ \hline ZYX \end{array}$$

D Als je naar de laatste kolom kijkt, dan zie je dat Y+Z=10. Omdat de som begint met Z, moet dan Z=1, Y=9. Kijk je naar de tweede kolom dan moet X+10 eindigen op een 8 want je hebt 1 meegenomen van de eerste kolom. Dus X = 8.

11. In rechthoek ABCD zijn P, Q, R en S de middens van de zijden. T is het midden van het lijnstuk RS. De oppervlakte van ABCD is 1. Wat is de oppervlakte van Δ PQT?

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{5}{16}$ E. $\frac{3}{8}$



C De lijnen RS en PQ lopen evenwijdig. Dus t.o.v. de zijde PQ hebben de driehoeken PQT en PQR dezelfde hoogte en daarom dezelfde oppervlakte. De oppervlakte van driehoek PQR is $\frac{1}{4}$.

12. Een kangoeroe kan in een kwartier van zijn hol naar de graasweide en terug springen. Heen springt hij met een snelheid van 5 m/s, terug met een snelheid van 4 m/s. Hoeveel km is het van zijn hol naar de graasweide?

A. 0,9 B. 1,6 C. 2 D. 4,05 E. 8,1

C De verhouding springtijd heen : springtijd terug is 4 : 5, dus de springtijd heen is $\frac{4}{9} \cdot 900$ = 400 seconden. De afstand is dus $400 \cdot 5 = 2000$ meter, ofwel 2 km.

13. Harry heeft een getal opgeschreven dat bestaat uit 2003 enen. Hij vermenigvuldigt dat getal met 2003 en telt daarna de cijfers van het product op. Wat is de uitkomst?

A. 10000 B. 10015 C. 10020 D. 10030 E. 2003×2003

B $111...111 \cdot 2003 = 222555...555333$ met 2000 keer 5, dus de som van de cijfers is 10015.

14. Harry en Minoes hebben beiden het getal 888 op een papiertje geschreven. 888 is duidelijk deelbaar door 8. Harry maakt hiervan, door twee cijfers te veranderen, een zo groot mogelijk getal van drie cijfers dat nog steeds deelbaar is door 8. Minoes verandert ook twee van de cijfers op haar papiertje, maar zij maakt er een zo klein mogelijk getal van drie cijfers van dat deelbaar is door 8. Wat is het verschil van de twee getallen die Harry en Minoes hebben gemaakt?

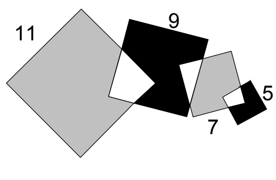
A. 800 B. 840 C. 856 D. 864 E. 888

C Harry maakt het getal 984, Minoes het getal 128. Het verschil is dus 984-128 = 856.

15. De vier overlappende vierkanten hebben achtereenvolgens zijden van 11, 9, 7 en 5 cm. Hoeveel cm^2 is de totale oppervlakte van de grijze gebieden groter dan die van de zwarte gebieden?

A. 25 B. 36 C. 49 D. 64

E. hangt af van de grootten van de overlappingen



D De grootte van de overlappingen is niet van belang. Als je b.v. de eerste overlapping optelt bij beide vierkanten, dan blijft het verschil hetzelfde. Dus: $11^2 - 9^2 + 7^2 - 5^2 = 64$.

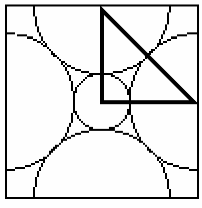
16. Wat is de uitkomst van de vermenigvuldiging $(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3}) \cdot ... \cdot(1+\frac{1}{2003})$?

A. 1001 B. 1002 C. 2002 D. 2003 E. 2004

B $(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3}) \cdot ... \cdot(1+\frac{1}{2003}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot ... \cdot \frac{2003}{2002} \cdot \frac{2004}{2003} = \frac{2004}{2} = 1002$

17. De vier halve cirkels hiernaast raken elkaar. Ze hebben straal 1 en hun middelpunten zijn de middens van de zijden van het vierkant. Hoe groot is de straal van het cirkeltje dat elk van de halve cirkels raakt?

A. $\sqrt{5} - 2$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $\frac{1}{2}\pi - 0$ D. $\sqrt{7} - 2$ E. $\sqrt{3} - 1$



B In het plaatje hiernaast is de schuine zijde 2. Met Pythagoras volgt dan dat de rechthoekszijden gelijk moeten zijn aan $\sqrt{2}$. De straal van de kleine cirkel is dan $\sqrt{2} - 1$.

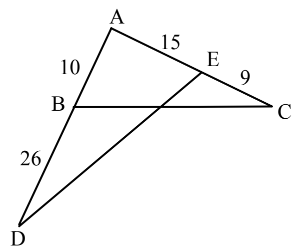
18. Minoes schrijft alle getallen van vier cijfers op die je kunt maken door de cijfers van het getal 2003 te herschikken (zij beginnen niet met een 0). Daarna telt zij al die getallen op. Wat is de uitkomst?
A. 1110 B. 5005 C. 5555 D. 15555 E. 16565

D Minoes schrijft op: 2003, 2030, 2300, 3002, 3020 en 3200. Opgeteld geeft dit 15555.

19. Harry schrijft een rij getallen op. Hij begint met 1 en schrijft dan 2 op. Elk getal daarna maakt hij als volgt. Hij deelt het voorlaatst opgeschreven getal door het laatst opgeschreven getal. Welk getal schrijft hij als tiende op?
A. $\frac{1}{2^{13}}$ B. $\frac{1}{2^{10}}$ C. 512 D. 1024 E. 2^{34}

E Schrijf alle getallen van de rij als macht van 2. Je krijgt dan achtereenvolgens
$1 = 2^0$, $2 = 2^1$, $\frac{2^0}{2^1} = 2^{-1}$, $\frac{2^1}{2^{-1}} = 2^2$, 2^{-3}, 2^5, 2^{-8}, 2^{13}, 2^{-21}, 2^{34}

20. Wat is in de figuur hiernaast de verhouding van de oppervlakte van driehoek ADE en de oppervlakte van driehoek ABC?
A. 5 : 4 B. 15 : 10 C. 9 : 4 D. 7 : 3 E. 26 : 9

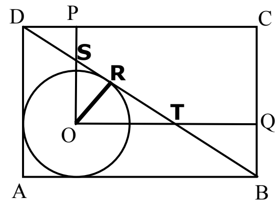


C De oppervlakte van driehoek ADE is $\frac{36}{10}$ keer die van driehoek ABE, want ze hebben dezelfde hoogte t.o.v. de zijde AB, resp. AD. Evenzo is de oppervlakte van driehoek ABC $\frac{24}{15}$ keer die van driehoek ABE. Dus de gevraagde verhouding is $\frac{36}{10} : \frac{24}{15} = 9 : 4$.

21. Een doos bevat 2003 kaartjes met daarop de getallen 1 t/m 2003. Ze worden geschud en dan trekt iemand geblinddoekt na elkaar twee kaartjes uit de doos. Hoe groot is de kans dat het getal op het tweede kaartje groter is dan dat op het eerste kaartje?
A. kleiner dan $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. tussen $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ E. groter dan $\frac{1}{2}$

D Als je alle mogelijke tweetallen bekijkt, dan is in de helft van de gevallen het eerste getal kleiner dan het tweede. De gevraagde kans is dus gelijk aan $\frac{1}{2}$.

22. Rechthoek ABCD hiernaast heeft oppervlakte 36. De cirkel met middelpunt O past precies in driehoek ABD. Wat is de oppervlakte van rechthoek OPCQ?
A. 18 B. $18\frac{1}{6}$ C. 6π D. 24 E. $12\sqrt{2}$



A Trek het lijnstuk OR (R is het raakpunt van de cirkel met BD). Dan zijn de driehoeken QDS en ROS gelijkvormig (ze hebben beiden een rechte hoek en de gelijke hoek S). Ze zijn zelfs even groot: DQ en OR zijn allebei gelijk aan de straal van de cirkel. Evenzo zijn de driehoeken ROT en PBT gelijkvormig en even groot. De oppervlakte van rechthoek OPCQ is daarom gelijk aan de oppervlakte van driehoek BCD en deze is uiteraard 18.

23. Ieder van de vier kinderen P, Q, R en S doet een bewering.
P zegt: "*Q, R en S zijn meisjes*", Q zegt: "*P, R en S zijn jongens*",
R zegt: "*P en Q liegen*", S zegt: "*P, Q en R spreken allemaal de waarheid*".
Hoeveel van de kinderen spreken de waarheid?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. kun je niet weten

B Het is direct duidelijk dat P en Q niet allebei de waarheid kunnen spreken. Daarom spreekt S zeker niet de waarheid. Als P de waarheid spreekt, dan liegt dus Q en als Q de waarheid spreekt, dan liegt P. Dus òf P spreekt de waarheid, òf Q spreekt de waarheid òf P en Q liegen beiden. Alleen in het laatste geval spreekt R de waarheid. Dus er spreekt altijd precies 1 kind de waarheid.

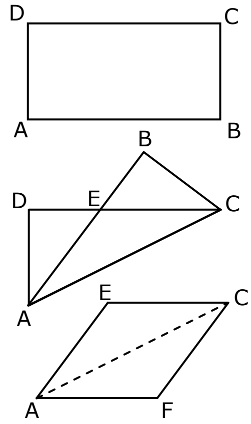
24. Minoes schrijft zoveel mogelijk getallen op van zeven cijfers of minder. Zij gebruikt alleen maar de cijfers 0 en 1. Hoeveel keer schrijft Minoes het cijfer 1 op?
A. 128 B. 288 C. 448 D. 512 E. 896

C Zet voor elk getal dat niet uit 7 cijfers bestaat een aantal nullen zodanig dat er een rij van 7 cijfers ontstaat. Dan krijg je dat je precies alle rijen van 7 cijfers met alleen nullen of enen. Hiervan zijn er $2^7 = 128$. Totaal heb je dan $7 \cdot 128 = 896$ cijfers. Hiervan moet de helft een 1 zijn, dus er zijn 448 enen.

25. Harry schrijft een rij opeenvolgende positieve gehele getallen op. Elk getal in de rij heeft de eigenschap dat de som van de cijfers niet deelbaar is door 5. Hoeveel getallen kan hij hoogstens opschrijven?
A. 4 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

D Als je vijf opeenvolgende getallen met hetzelfde tweede cijfer van rechts (de tientallen), dan is er altijd één waarvan de som der cijfers deelbaar is door 5. Je kunt dus maximaal acht opeenvolgende getallen opschrijven. Dit is ook mogelijk, b.v. 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62 en 63.

26. Een rechthoekig vel papier ABCD van 12 bij 24 cm wordt om de diagonaal AC gevouwen. De stukken AED en ECB die dan buiten het dubbel overlapte gebied uitsteken worden afgesneden. Het stuk papier dat je overhoudt wordt uitgevouwen. Je krijgt dan de ruit AFCE. Hoeveel cm is de zijde van deze ruit?
A. 14,7 B. 15 C. $7\sqrt{5}$ D. 15,7 E. 16



B Kijk naar het tweede plaatje. Je ziet daar twee gelijkvormige driehoeken die even groot zijn, n.l. ADE en CBE. Stel nu CE = x, dan is BE = DE =24 − x. Met Pythagoras volgt dan $12^2 + (24-x)^2 = x^2$, wat x = 15 geeft.

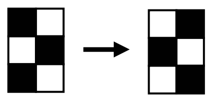
27. Op een boekenplank staan wiskundeboeken en natuurkundeboeken, in totaal vijftig. Geen twee natuurkundeboeken staan naast elkaar en naast ieder wiskundeboek staat een ander wiskundeboek. Welke van de volgende beweringen is niet waar?
A. Er staan niet minder dan 32 wiskundeboeken.
B. Er staan niet meer dan 17 natuurkundeboeken.
C. Er staan zeker 3 wiskundeboeken naast elkaar.
D. Als er 17 natuurkundeboeken staan, dan staat één ervan voor- of achteraan.
E. Van elke 9 boeken op een rijtje zijn er minstens 6 een wiskundeboek.

C Uit de eisen volgt direct dat tussen elk tweetal natuurkundeboeken minstens twee wiskundeboeken staan. Daardoor moeten A, B, D en E wel waar zijn. C hoeft niet waar te zijn: NWWNWW....NWWNW.

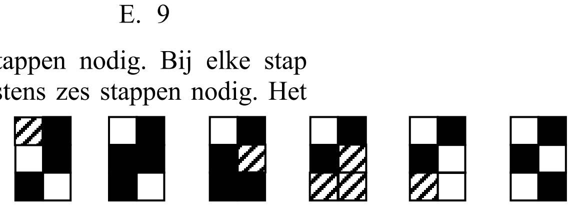
28. Minoes kiest drie van de getallen 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 en 28 en telt ze op. Als ze dit op alle mogelijke manieren doet, hoeveel verschillende uitkomsten krijgt ze dan?
A. 21 B. 22 C. 30 D. 120 E. 720

B De getallen zijn allemaal drievouden plus 1. Als je er drie van optelt, krijg je dus een drievoud. Het kleinste is $1+4+7=12$, het grootste $22+25+28=75$. Je krijgt alle drievouden van 12 t/m 75. Er zijn 25 positieve drievouden t/m 75. 3, 6 en 9 doen niet mee. Dus krijgt Minoes 25 − 3 = 25 uitkomsten.

29. In de twee 2×3-borden zijn de witte en zwarte velden verwisseld. Harry verandert in zo weinig mogelijk stappen het linker in het rechter bord. Voor elke stap gelden de volgende regels:
1. precies twee naburige velden (naast of boven elkaar) veranderen van kleur;
2. een zwart veld wordt groen, een groen veld wordt wit en een wit veld wordt zwart.
Hoeveel stappen gebruikt Harry?
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9



B Om een zwart veld wit te krijgen heb je minstens 2 stappen nodig. Bij elke stap veranderen 2 naburige velden van kleur. Je hebt dus minstens zes stappen nodig. Het kan ook precies in 6 stappen:



30. Vier tuinmannen hebben vier uur nodig om vier ronde bloemperken, elk met een diameter van 4 meter, te schoffelen. Hoeveel uur hebben zes tuinmannen nodig om zes ronde bloemperken, elk met een diameter van 6 meter, te schoffelen?
A. 4 B. 6 C. 9 D. 12 E. 15

C De vier tuinmannen schoffelen samen 16 uur. In die tijd schoffelen ze $4\cdot\pi\cdot2^2$ m^2. Dus schoffelen ze per persoon per uur π m^2. De zes bloemperken hebben samen een oppervlakte van $6\cdot\pi\cdot3^2 = 54\pi$ m^2, dus moeten ze samen 54 uur schoffelen. Per persoon dus 9 uur.