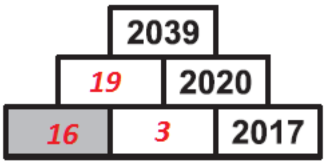
Uitwerkingen wizPROF 2017

1. **B** Als je de hele figuur invult, dan krijg je in de onderste regel de datum van W4Kangoeroe 2017, zie hiernaast.



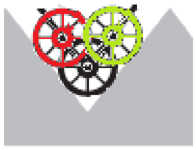
2. **C** Links van Laura staan er tussen haar en Eva 4 meisjes, rechts staan er 7 meisjes tussen Laura en Eva. Er staan behalve Laura en Eva dus 11 meisjes. Je moet natuurlijk Laura en Eva nog meerekenen, daarom staan er 13 meisjes in de kring.

3. **C** Martin heeft dan twintig wedstrijden gespeeld en er veertien gewonnen, dat is $\frac{14}{20} \cdot 100 = 70\%$.

4. **B** Het binnenste grijze gebied is $4 - 1 = 3$ cm^2, het buitenste grijze gebied is $16 - 9 = 7$ cm^2. Er is $7 + 3 = 10$ cm^2 grijs zichtbaar.

5. **C** De vier meisjes hebben samen $24 + 3 \cdot 12 = 60$ euro. Als ze allemaal evenveel euro's hebben, dan hebben ze elk $\frac{60}{4} = 15$ euro.

6. **E** Het middelpunt van het wiel heeft altijd de zelfde afstand tot de weg. De baan over een top moet daarom een stukje van een cirkel zijn. Hierdoor vallen de antwoorden A, B en C af. Als het wiel in een dal "past", dan moet het wiel daarna direct weer omhoog, zie hiernaast. Daardoor valt ook antwoord D af en geeft antwoord E de juiste baan.



7. **E** Hieronder zie je eerst het glas van Peter, daarna het omgeklapte glas en tenslotte het gedraaide glas.

8. **E** De cirkel heeft omtrek 2π, dus na over een lengte 11π te zijn gerold is de cirkel precies over $180°$ gedraaid.

9. **C** $\frac{1}{8}$ deel van de gasten was kind, dus $\frac{7}{8}$ deel was volwassen. Van de volwassenen was $\frac{3}{7}$ deel man en $\frac{4}{7}$ deel was vrouw. Daarom is $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$ deel van de bruiloftsgasten vrouw.

10. **C** Als je 6 stickers hebt gepakt, dan heb je er in het slechtste geval 2 van elke kleur. Na 7 stickers heb je er zeker 3 van dezelfde kleur.

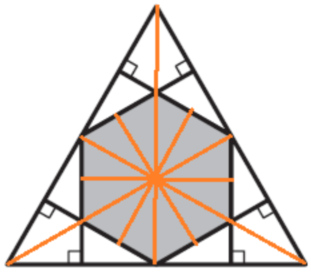
11. **C** Noem de hoogte van het trapezium h. Dan is de oppervlakte van het trapezium gelijk aan $\frac{1}{2} \cdot (50 + 20) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot h = 35 \cdot h$. De oppervlakte van ΔAED is gelijk aan $\frac{1}{2} \cdot AE \cdot h$, maar moet ook gelijk zijn aan $\frac{1}{2} \cdot 35 \cdot h$.

12. E De gezochte getallen zijn $980, 981, \ldots\ , 999$ en $9980, 9981, \ldots\ , 9999$.

13. B In elk schema zit precies één keer een gat van twee dagen. Daarvoor zijn 7 mogelijkheden: maandag-dinsdag, dinsdag-woensdag, … , zondag-maandag.

14. C Noem de drie opeenvolgende getallen $a-1$, a en $a+1$. Hun kwadraten zijn dan $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$, a^2 en $a^2 + 2a + 1$. De kwadratensom is daarom $3a^2 + 2 = 770$, zodat $a^2 = 256$ en $a = 16$, $a + 1 = 17$.

15. B Als rad C $4 \cdot 7 = 28$ keer ronddraait, dan draait rad B $4 \cdot 6 = 24 = 6 \cdot 4$ keer rond en rad A $6 \cdot 5 = 30$ keer. De band tussen rad B en rad C wordt $28 \cdot 30$ cm "verschoven", dus de band tussen rad A en rad B ook. De omtrek van rad A is dus 28 cm.



16. D Door de oranje lijnstukken wordt de gelijkzijdige driehoek opgedeeld in een aantal gelijke $30° - 60° - 90°$ driehoeken met zijdenverhouding $1 : \sqrt{3} : 2$. Twaalf van deze driehoeken zijn wit, twaalf zijn er grijs.

17. A Van klein naar groot zijn de broers Benjamin, Hielke, Sietse en Adam. Stel de lengtes zijn a, $a + v$, $a + 2v$ en $a + 3v$. Dan is de gemiddelde lengte $a + 1\frac{1}{2}v = 178$ en Sietse is $a + 2v = 184$. Hieruit volgt dat $\frac{1}{2}v = 6$, $v = 12$ en $a = 160$.

18. C Het heeft nooit een hele dag geregend. Er zijn 6 ochtenden en 5 middagen waarop het geregend kan hebben. In de vakantie waren er dus $\frac{6+5-7}{2} = 2$ droge dagen (ochtend en middag droog), 3 droge ochtenden met 's middags regen en 4 droge middagen met 's ochtends regen. De vakantie duurde $2 + 3 + 4 = 9$ dagen.

19. A Noem de getallen in de vakken rond het vak met de 3 respectievelijk a, b en c. Dan is de som van een vierkant gelijk aan $3 + a + b + c$. Hiermee kun je de vakken rond de vakken met de 2 en met de 1 invullen: de groene $a + 1$ en $b + 2$. Hiermee zie je dat het grijze vak een 0 moet krijgen.

3	*a*	1
b	*c*	*b+2*
2	*a+1*	*0*

20. C De tabel hiernaast laat zien dat er van de 36 mogelijkheden 12 gunstig zijn. De kans op een negatief product is dus gelijk aan $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

	−3	**−2**	**−1**	**0**	**1**	**2**
−3	9	6	3	0	**−3**	**−6**
−2	6	4	2	0	**−2**	**−4**
−1	3	2	1	0	**−1**	**−2**
0	0	0	0	0	0	0
1	**−3**	**−2**	**−1**	0	1	2
2	**−6**	**−3**	**−2**	0	2	4

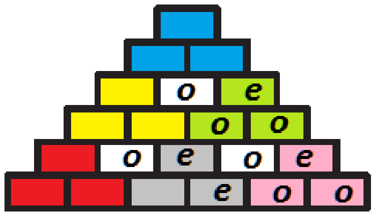
21. D De kinderen zijn 14, 9, 7 en 1 jaar oud.
De som van hun leeftijden is dus $14 + 9 + 7 + 1 = 31$.

22. A Als a oneven is, dan zijn c, e en g ook oneven en b, d en f even. Maar dan is hun som ook even. Dat is niet het geval, dus zijn a, c, e en g even en b, d en f oneven. Hiermee vallen de antwoorden B, D en E af.
Neem $c = 286$ en maak alle andere getallen zo groot mogelijk: $b = d = 287$, $a = e = 288$, $f = 289$ en $g = 290$. De som van de getallen is dan 2015, te weinig.
Neem je $e = 286$ en maak je alle andere getallen zo groot mogelijk, dan krijg je dezelfde rij, maar dan precies omgekeerd. Dus antwoord C valt ook af.
Neem je de rij $286, 287, 288, 289. 290, 289, 288$ of de omgekeerde, dan krijg je de som 2017. Dus a en g kunnen gelijk aan 286 zijn.

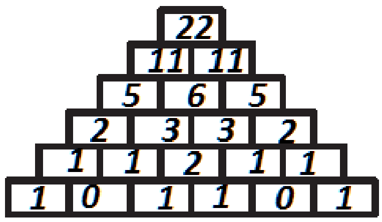
23. C Het getal van zes cijfers is gelijk aan 10101 keer het getal van twee cijfers. 10101 is deelbaar door 7, maar niet door 2, 5, 9 of 11.

24. E De enige manieren om 7 te schrijven als som van verschillende kleinere getallen zijn $1 + 6$, $2 + 5$, $3 + 4$ en $1 + 2 + 4$. Daarom zijn alleen de dertien volgende wachtwoorden mogelijk:
7777777, 1666666, 6666661, 2255555, 5555522, 3334444, 4444333, 1224444, 1444422, 2214444, 2244441, 4444122 en 4444221.

25. B In elk driehoekje van de vorm  kunnen er niet meer dan 2 oneven getallen staan. Je kunt in de figuur 6 van deze driehoekjes vinden, zie hiernaast. Daarin kunnen dan op zijn meest $6{\times}2 = 12$ oneven getallen staan.



Stel dat je 15 oneven getallen in de figuur hebt geschreven. Dan moeten alle witte hokjes hiernaast oneven zijn en elke kleur 2 oneven getallen hebben. Maar dan moet minstens één van de bovenste gele en groene even zijn (anders worden de twee blauwe erboven allebei even). Stel de bovenste groene is even. Dan zijn de onderste twee groene allebei oneven. Nu moeten de bovenste roze en grijze allebei even zijn (vanwege de onderste groene en de witte). De beide onderste roze moeten nu oneven zijn. Het grijze vakje rechtsonder moet dan weer even zijn: teveel even grijze!
Een zelfde redenering laat zien dat een bovenste even gele ook niet kan bij 15 oneven getallen. Je kunt dus nooit 15 oneven getallen in de figuur plaatsen. Hiernaast zie je dat 14 oneven getallen wel lukt.



26. E De som van de hoeken van een veelhoek is altijd een veelvoud van $180°$, dus gelijk aan $180°$, $360°$, $540°$, … , $1980°$, $2160°$, $2340°$. De overgeslagen hoek is daarom gelijk aan $2160° - 2017° = 143°$.

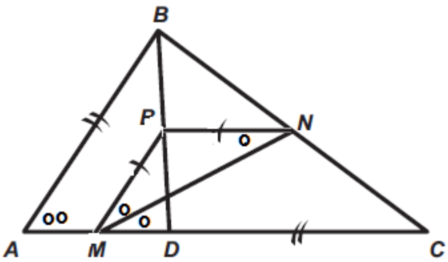
27. B Als de dansers in een kring staan, dan moeten er evenveel paren zijn die elkaar aankijken als paren die met de rug tegen elkaar staan (maak eventueel een tekening van een kleinere kring om dit te zien). Na het omdraaien staan de paren die elkaar aankeken met de rug tegen elkaar en de paren die met de rug tegen elkaar stonden kijken elkaar nu aan. Dus ook de tweede keer wordt er tien keer "Hallo" gezegd.

28. B In de tabel hieronder zie je alle 10 mogelijkheden met een zwaardere rechterschaal. In 8 van de gevallen staat de 106 gram op de rechterschaal.

links	101 102 103	101 102 104	101 102 105	101 102 **106**	101 103 104	101 103 105	101 103 **106**	101 104 105	102 103 105	102 103 104
rechts	104 105 **106**	103 105 **106**	103 104 **106**	103 104 105	102 105 **106**	102 104 **106**	102 104 105	102 103 **106**	101 104 **106**	101 105 **106**

29. D Stel $PA = x$ en $MB = r$. Dan is $PB = x + 8$, $PM = x + r$ en de stelling van Pythagoras geeft dan $(x + 8)^2 + r^2 = (x + r)^2$. Haakjes wegwerken geeft nu $x^2 + 16x + 64 + r^2 = x^2 + 2rx + r^2$, waaruit volgt $64 = 2rx - 16x$, $32 = rx - 8x$, dus $32 = (r - 8)x$. Dus $r - 8$ moet een gehele deler zijn van 32. Hiervoor (en dus ook voor r) zijn maar 6 mogelijkheden: $r - 8 = 1$, $r - 8 = 2$, $r - 8 = 4$, $r - 8 = 8$, $r - 8 = 16$ of $r - 8 = 32$.

30. A Laat P het midden van BD zijn. Dan is PN de middenparallel van CD in driehoek BDC, dus PN is evenwijdig met CD en half zo lang. Hetzelfde geldt voor PM en AB. Maar dan zijn PM en PN dus even lang en is driehoek PMN een gelijkbenige driehoek, zodat $\angle PMN = \angle PNM$.



Uit $PN \parallel DC$ volgt (Z-hoeken) dat ook $\angle PNM = \angle NMC$, ofwel $\angle PMC = 2\angle NMC$.
Uit $PM \parallel AB$ volgt (F-hoeken) nu dat $\angle BAC = \angle PMC = 2\angle NMC = 2\alpha$.