

EUROPESE KANGOEROE WISKUNDE WEDSTRIJD

vrijdag 21 maart **1997**

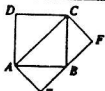


HAVO+VWO 3 & 4

Welkom bij de Kangoeroe, leuk dat je meedoet!

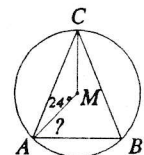
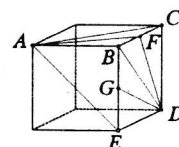
- ▶ Je hebt 75 minuten de tijd. Maak van de opgaven gewoon wat je maken kunt, en raak niet teleurgesteld wanneer niet alles lukt.
- ▶ Je mag geen rekenmachine gebruiken, wel kladpapier natuurlijk.
- ▶ Vul het antwoordformulier met potlood nauwkeurig in.
- ▶ De puntentelling is als volgt:
 - * Om te beginnen krijg je 30 punten cadeau.
 - * Voor elk goed antwoord krijg je 3, 4 of 5 punten.
 - * Voor elk fout antwoord wordt $\frac{1}{4}$, 1 of $1\frac{1}{4}$ punt afgetrokken.
 - * Voor een vraag die je open laat krijg je geen punten maar ook geen strafpunten.
- ▶ De antwoorden staan vanaf maandagavond 24 maart op Teletekst pagina 437.

Veel succes en vooral veel plezier!

Vragen 1 t/m 10: voor elk goed antwoord +3 punten, voor elk fout antwoord $-\frac{1}{4}$ punt.

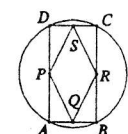
1. Het vierkant $ABCD$ heeft zijden van lengte 1. Hoe groot is de oppervlakte van rechthoek $AEFC$?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

2. De figuur hiernaast is niet symmetrisch. Wat is het kleinste aantal witte vierkantjes dat je zwart moet maken om een figuur te krijgen die wél symmetrisch is?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Het getal $\sqrt{2^{100}}$ is gelijk aan
A) $(\sqrt{2})^{30}$ B) $(\sqrt{2})^{10}$ C) 2^{10} D) 2^{50} E) 2^{200}
4. Op een plein komen zes straten uit. Vier ervan zijn tweerichtingswegen, de andere twee zijn eenrichtingswegen met verkeer alleen naar het plein toe. Een auto rijdt uit een straat het plein op en verlaat het plein weer via een andere straat. Op hoeveel manieren kan een auto zo het plein passeren?
A) 12 B) 20 C) 24 D) 28 E) 48
5. Hiernaast zie je een scheepsvlag. Iedere zijde van de rechthoek is in drie gelijke stukken verdeeld. Hoe groot is de verhouding van de oppervlakten van het witte en het grijze gedeelte van de vlag?
A) 1:1 B) 1:2 C) 1:3 D) 1:4 E) 2:3


6. In een plat vlak teken ik door een punt A twintig verschillende rechte lijnen. Wat is het grootste aantal rechte hoeken dat hierdoor bij A kan ontstaan?
 A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50
7. Hiernaast zie je een kubus afgebeeld. Punt F is het midden van ribbe BC , punt G is het midden van ribbe BE . Welke route over de kubus van A naar D is de kortste?
 A) ABD B) ACD C) AFD D) AED E) $ABGD$
8. Precies tien minuten geleden maakten de grote en de kleine wijzer van een klok een hoek van 80° . Op dit moment is de hoek kleiner dan 80° . Hoe groot is de hoek nu?
 A) 20° B) 25° C) 40° D) 45° E) 55°
9. M is het middelpunt van de cirkel die driehoek ABC omsluit. De driehoek is gelijkbenig met $AC=BC$. Verder is $\angle MAC=24^\circ$. Hoe groot is $\angle MAB$?
 A) 40° B) 42° C) 45° D) 48° E) 66°
10. Op de planeet Mars zijn levende wezens ontdekt, Marsianen genaamd. Een onderzoeker stelde: "Iedere Marsiaan heeft 2 hoofden." Later bleek dat hij zich vergist had. Welke van de volgende vijf beweringen is beslist waar?
 A) Er zijn geen Marsianen met 2 hoofden. D) Er is een Marsiaan die geen 2 hoofden heeft.
 B) Iedere Marsiaan heeft meer dan 2 hoofden. E) Er is een Marsiaan met meer dan 2 hoofden.
 C) Er is een Marsiaan met 1 hoofd.



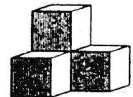
Vragen 11 t/m 20: voor elk goed antwoord +4 punten, voor elk fout antwoord -1 punt.

11. In een cirkel met een straal van 3 cm is de rechthoek $ABCD$ getekend. De punten P, Q, R en S zijn de middens van de zijden van de rechthoek. Hoe groot is de omtrek van de ruit $PQRS$?
 A) 6 cm B) 8 cm C) 9 cm D) 12 cm E) $4\sqrt{3}$ cm
12. Van drie getallen a, b en c is gegeven dat $2a=b$, $ab=c$ en $bc=500$. Hoe groot is het product abc ?
 A) 500 B) 1000 C) 1250 D) 2000 E) 2500
13. Ik rij met de auto van Amsterdam naar Eindhoven en weer terug. Op de heenweg is mijn gemiddelde snelheid 90 km/uur, maar op de terugweg haal ik slechts een gemiddelde van 60 km/uur. Wat is mijn gemiddelde snelheid op de gehele tocht, heen en terug?
 A) 66 km/uur B) 72 km/uur C) 75 km/uur D) 78 km/uur E) 84 km/uur
14. De "voetbal" die je rechts getekend ziet is een ruimtfiguur met 32 zijvlakken, te weten 20 regelmatige zeshoeken en 12 regelmatige vijfhoeken. Hoeveel ribben heeft deze voetbal?
15. In een klas van 28 leerlingen heeft ieder meisje vier boeken meegebracht en iedere jongen drie. Samen hebben ze 100 boeken bij zich. Als M het aantal meisjes in deze klas voorstelt, dan is



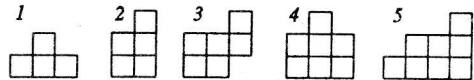
- A) $M < 7$ B) $7 \leq M \leq 10$ C) $11 \leq M \leq 14$ D) $15 \leq M \leq 18$ E) $M > 18$

16. Je hebt een grote voorraad puzzelstukjes. Ieder stukje is opgebouwd uit vier kubusjes van elk 1 cm^3 die aan elkaar vastzitten, zoals je rechts getekend ziet. Met deze puzzelstukjes kun je *geen* kubus bouwen met afmetingen
- A) $2 \times 2 \times 2 \text{ cm}^3$ B) $4 \times 4 \times 4 \text{ cm}^3$ C) $6 \times 6 \times 6 \text{ cm}^3$
 D) $8 \times 8 \times 8 \text{ cm}^3$ E) $9 \times 9 \times 9 \text{ cm}^3$



17. Je tekent in een rechthoekig coördinatenstelsel alle punten (x,y) waarvan de coördinaten voldoen aan $x^2 + xy = 0$. Wat voor figuur krijg je?
- A) een punt B) een cirkel C) een parabool D) een rechte lijn E) twee rechte lijnen

18. Rechts zie je vijf puzzelstukjes. Met vier van deze vijf stukjes kun je een vierkant leggen. Welk stukje moet je weglaten?



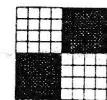
- A) stukje 1 B) stukje 2 C) stukje 3 D) stukje 4 E) stukje 5
19. Pinokkio heeft de afgelopen jaren een heleboel kalenders verzameld. De kalender van 1997 heeft hij evenwel niet. Maar hij kan zonder enig probleem een oude kalender gebruiken voor 1997. Van welk jaar kan die kalender zijn?
- A) 1986 B) 1987 C) 1989 D) 1990 E) 1996
20. Wat is het verband tussen de getallen $a=21031997^2$ en $b=21031996 \times 21031998$?
- A) $a^2 = b^2 - 1$ B) $b = a + 1$ C) $a = b + 1$ D) $a = 2b$ E) $b = a$

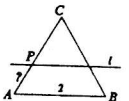
Vragen 21 t/m 30: voor elk goed antwoord +5 punten, voor elk fout antwoord -1¼ punt.

21. Met bijvoorbeeld $4!$ bedoelt men $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, en evenzo is $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Mogelijk wist je dit al. Wat is van het getal $1! + 2! + 3! + \dots + 99! + 100!$ het laatste cijfer (eenheidscijfer)?
- A) 5 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0
22. Hoeveel cijfers telt het getal $4^5 \cdot 5^{14}$?
- A) 13 B) 14 C) 16 D) 18 E) 19
23. Een bal met een straal van 5 cm drijft op het water. Het laagste punt van de bal is 2 cm lager dan het wateroppervlak. Hoe groot is de straal van de cirkel die de bal met het wateroppervlak maakt?
- A) 3 cm B) $\sqrt{5}$ cm C) 4 cm D) $\sqrt{21}$ cm E) 5 cm
24. Van een driehoek heeft de langste zijde lengte 3 en de kortste lengte 2. Wat is de maximale waarde van de oppervlakte van deze driehoek?
- A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{13}$ E) $4\frac{1}{2}$
25. Een driehoekig stuk land is omgeven door een sloot. De zijden van de driehoek zijn 12 m, 16 m en 20 m lang. De sloot is overal 2 m breed. Hoeveel m^2 is de oppervlakte van de sloot, in twee cijfers achter de komma?
- A) 96,00 B) 99,14 C) 102,28 D) 105,42 E) 108,57



26. Hiernaast zie je een bord met 64 velden, 32 witte en 32 grijze. Hoeveel vierkanten - opgebouwd uit hele velden - kun je aanwijzen die precies evenveel witte als grijze velden tellen?
- A) 4 B) 13 C) 25 D) 28 E) 40



27. Een kubus wordt in een bol geplaatst. De hoekpunten van de kubus liggen niet op de bol maar erbinnen. De zes zijvlakken van de kubus worden nu naar alle kanten uitgebreid. In hoeveel gebieden wordt het boloppervlak door deze zes vlakken verdeeld?
A) 26 B) 20 C) 18 D) 14 E) 12
28. In een "magisch vierkant" is de optelling van de drie getallen in elke rij, in elke kolom en in beide diagonalen hetzelfde. Hiernaast zie je links een voorbeeld en rechts een magisch vierkant dat nog verder moet worden ingevuld. Welk getal komt in het hokje met de * ?
A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
- | | | |
|----|----|----|
| 10 | 25 | 4 |
| 7 | 13 | 19 |
| 22 | 1 | 16 |
- | | | |
|----|--|---|
| 6 | | * |
| 13 | | |
| 11 | | |
29. Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden van lengte 2. De lijn l die evenwijdig is aan AB verdeelt de driehoek in twee stukken met gelijke oppervlakte. Hoe lang is lijnstuk AP ?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $2 - \sqrt{2}$
- 
30. Ik heb 10 munten van 1 Euro. Deze munten moet ik weggeven aan acht personen, zodanig dat ieder van de acht minstens één munt krijgt. Op hoeveel verschillende manieren kan ik de munten toedelen?
A) 10 B) 28 C) 36 D) 72 E) 80

Aan de Europese Kangoeroe 1997 doen scholieren mee in meer dan twaalf landen in Europa. In Nederland wordt de Kangoeroe-wedstrijd georganiseerd door de "Stichting Wiskunde Kangoeroe", onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde van het Wiskundig Genootschap.



STICHTING WISKUNDE KANGOEROE
Fac. Wisk. & Inf. Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven, tel. 040-2472738

