

uitwerkingen klas 3, 4, 5 havo / vwo

1. André, Bianca en Carla eten samen 17 toffees. André eet er meer dan ieder van de andere kinderen. Wat is het kleinste aantal toffees dat André gegeten kan hebben?
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

- C Als André er 6 eet, dan eten Bianca en Carla er samen 11, dus een van beiden eet er minstens 6. Als André er 7 eet, dan kunnen Bianca en Carla er beiden 5 eten.

2. De punten K, L, M en N zijn de middens van de zijden van rechthoek ABCD. Evenzo zijn P, Q, R en S de middens van de zijden van vierhoek KLMN. Welk deel van rechthoek ABCD is grijs gekleurd?

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{7}$ D. $\frac{3}{4}$ E. $\frac{5}{6}$

- D In de figuur zie je 8 witte en 24 grijze driehoeken.

3. Een leeg zwembad wordt met water gevuld. Het water stroomt met een constante snelheid. In de grafiek kun je de waterhoogte h cm na t minuten aflezen. Na hoeveel minuten staat het water 120 cm hoog?

- A. 15 B. 20 C. 25 D. 28 E. 30

- E In 5 minuten 20 cm, dus $6 \times 20 = 120$ cm in $6 \times 5 = 30$ minuten

4. Jan leest iedere dag precies 23 bladzijden. Hij begint vandaag aan een boek van 2002 bladzijden. Hoeveel dagen heeft hij nodig om het boek helemaal te lezen en hoeveel bladzijden leest hij op de laatste dag van een nieuw boek?

- A. 87 dagen en 0 bladzijden van het nieuwe boek
 B. 87 dagen en 1 bladzijde van het nieuwe boek
 C. 88 dagen en 20 bladzijden van het nieuwe boek
 D. 88 dagen en 21 bladzijden van het nieuwe boek
 E. 88 dagen en 22 bladzijden van het nieuwe boek

- E $87 \times 23 = 2001$. Op de 88e dag leest Jan dus nog 1 bladzijde van het oude boek.

5. In een maand vallen drie zondagen op een even dag van die maand (dus de 2e, of de 4e, of de 6e, enz.). Op welke dag valt de 20e van die maand?

- A. maandag B. dinsdag C. woensdag D. donderdag E. zaterdag

- D De zondagen moeten vallen op de 2e, 16e en 30e van die maand. De 20e is dus een donderdag.

6. P en Q zijn de middelpunten van de cirkels en ABCD is een rechthoek met oppervlakte 15. Wat is de oppervlakte van driehoek PTQ?

- A. $3\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$ E. $4\sqrt{3}$

- B Trek de lijnstukken PR en MS. Dan zijn de rechthoeken ADRP en PRSM even groot. Hetzelfde geldt voor MSTQ en QTCB. Dus is de oppervlakte van rechthoek PRTQ $\frac{1}{2}$. Driehoeken PTQ en PRT zijn even groot.

7. Chris heeft twee cirkels en drie lijnen getekend en alle snijpunten gekleurd. Wat is het grootste aantal snijpunten dat hij gekleurd kan hebben?

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17 E. 18

- D De cirkels kunnen 2 snijpunten hebben; elke lijn kan met elke cirkel 2 snijpunten hebben (dat geeft $3 \times 2 \times 2 = 12$ snijpunten); de lijnen kunnen 3 snijpunten hebben

8. Hans rent drie keer zo snel als zijn kleine zus Nicole. De baan hiernaast is in acht gelijke stukken verdeeld. Ze starten tegelijk in, Hans naar links en Nicole naar rechts. Bij welk punt komen ze elkaar dan voor het eerst tegen?

- A. A B. B C. C D. D E. E

- B Als Nicole bij punt B is aangekomen heeft ze twee stukjes afgelegd. Hans heeft dan zes stukjes afgelegd en is ook bij punt B aangekomen.

9. Een ruimtelijk figuur is begrensd door vlakken. Eén van de grensvlakken is een vijfhoek. Wat is het kleinste aantal grensvlakken dat de figuur kan hebben?

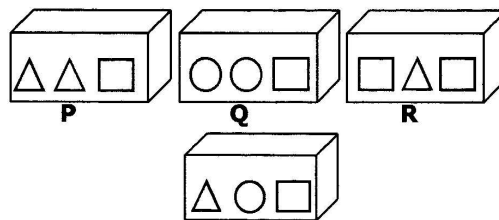
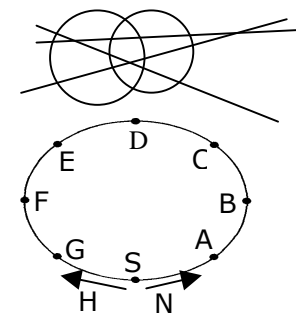
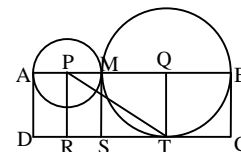
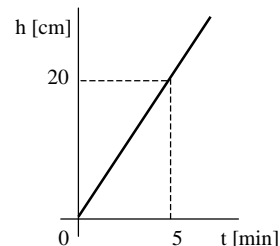
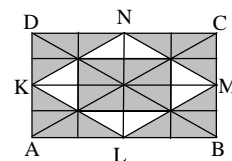
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 10

- B Aan elke zijde van de vijfhoek komt nog een grensvlak, je hebt er dus minstens 6. Zes is ook genoeg, denk maar aan een piramide met de vijfhoek als grondvlak.

10. Drie dozen P, Q en R met gewichten er in staan op volgorde van licht naar zwaar, P is de lichtste, R is de zwaarste. De doos daaronder moet in de rij gezet worden en nog steeds moeten de doos van licht naar zwaar staan. Welke van de volgende uitspraken over deze laatste doos is waar?

- A. De doos hoort vóór P.
 B. De doos hoort tussen P en Q.
 C. De doos hoort tussen Q en R.
 D. De doos hoort achter R.
 E. De doos is even zwaar als R.

- B Een driehoek is lichter dan een cirkel (kijk naar P en Q) en een cirkel is lichter dan een vierkant (kijk naar Q en R). De doos hoort dus tussen P en Q.



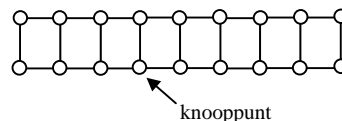
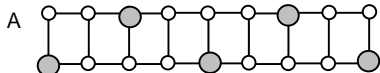
11. Als Mr. Bean stilstaat op een roltrap is hij na 60 seconden boven. Als de roltrap stilstaat en Mr. Bean loopt erop is hij na 90 seconden boven. Na hoeveel seconden is Mr. Bean boven als hij loopt op de bewegende roltrap?

- A. 30 B. 36 C. 45 D. 50 E. 75

B Als hij stilstaat zou Mr. Bean in 180 seconden drie keer boven kunnen komen. Lopend op een stilstaande roltrap zou hem dat twee keer kunnen lukken in 180 seconden. Lopend op een bewegende roltrap kan hem dat in 180 seconden dus $2+3 = 5$ keer lukken. Per keer dus $180 / 5 = 36$ seconden.

12. Je moet op een aantal van de knooppunten van de figuur hiernaast muntjes leggen. Als je op een knooppunt geen muntje legt, dan moet je op minstens één van de buurpunten een muntje leggen. Wat is het kleinste aantal muntjes waarmee je dat kunt klaarspelen?

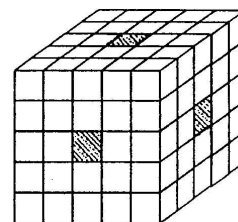
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9



13. Een kubus met ribbe 5 is gemaakt van kleine kubusjes met ribbe 1. Uit de kubus worden drie rijen weggehaald. Je kunt dus in drie richtingen door de kubus heen kijken. Daarna wordt het ding in een pot verfdompeld. Hoeveel van de kleine kubusjes hebben nu precies één geverfde kant?

- A. 24 B. 26 C. 30 D. 40 E. 48

A Als je door een gemaakte gang naar binnen gaat, dan krijg je na twee kubusjes al een zijgang. Dus alle kubusjes aan een gang hebben twee geverfde kanten. Alleen aan elk van de zes zijkanten van de grote kubus vind je vier kubusjes met één geverfde kant.



14. Ernst maakt getallen van drie verschillende cijfers. Wat is het verschil tussen het grootste en het kleinste getal dat Ernst kan maken?

- A. 100 B. 800 C. 885 D. 899 E. 975

C $987 - 102 = 885$

15. Een computervirus eet een harde schijf leeg. De eerste dag eet het de helft van de schijf. Van het overgebleven deel eet het de tweede dag $1/3$ deel, daarna eet het van het dan nog overgebleven deel $1/4$ deel en tenslotte $1/5$ deel van het dan nog overgebleven deel. Het hoeveelste deel van de harde schijf is nu nog niet opgegeten?

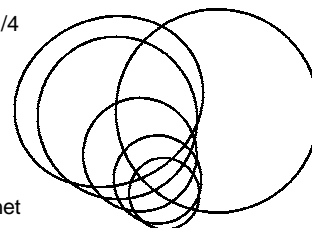
- A. $\frac{1}{24}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{1}{5}$

E Na de eerste dag is er een $1/2$ schijf over, na de tweede nog $2/3$ van $1/2 = 1/3$, daarna $3/4$ van $1/3 = 1/4$ en tenslotte $4/5$ van $1/4 = 1/5$.

16. Hoeveel snijpunten hebben zes cirkels maximaal?

- A. 15 B. 24 C. 28 D. 30 E. 36

D Zie plaatje; Er zijn 15 tweetallen cirkels die allemaal 2 snijpunten kunnen hebben.



17. Als een hoeveelheid water bevriest, neemt het volume met $1/11$ deel toe. Met welk deel neemt het volume van een hoeveelheid ijs bij het smelten af?

- A. $\frac{1}{14}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{11}$ E. $\frac{1}{10}$

C Als je begint met 11 liter water, dan krijg je 12 liter ijs. Bij het smelten krijg je weer 11 liter water.

18. Zes waterpoloteams spelen een toernooi waarbij ieder team precies één keer tegen ieder ander team speelt. Bij iedere wedstrijd krijgt de winnaar 3 punten en de verliezer 0. Bij een gelijkspel krijgen beide teams 1 punt. De teams behaalden gezamenlijk 40 punten. Hoeveel wedstrijden eindigden in een gelijkspel?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

E Bij een gelijkspel krijgen de twee teams samen 2 punten. In de andere gevallen samen 3, één punt meer dus. Totaal worden er $5+4+3+2+1=15$ wedstrijden gespeeld. Er kunnen dus maximaal $15 \times 3 = 45$ punten behaald worden, 5 meer dan de teams samen halen. Er zijn dus 5 gelijke spelen.

19. Een rechthoek met een omtrek van 32 heeft zijden met gehele lengten. Welke van de volgende getallen kan de oppervlakte van de rechthoek zijn?

- A. 24 B. 48 C. 76 D. 192 E. 384

B De oppervlakte kan zijn $1 \times 15 = 15$, $2 \times 14 = 28$, $3 \times 13 = 39$, $4 \times 12 = 48$, $5 \times 11 = 55$, $6 \times 10 = 60$, $7 \times 9 = 63$ of $8 \times 8 = 64$.

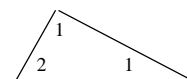
20. Achilles loopt een wedstrijd tegen een schildpad. Dat lijkt niet eerlijk, want Achilles loopt 10 meter per seconde en de schildpad maar 1 meter per 10 seconden. Daarom krijgt de schildpad een voorsprong van 990 meter. Hoeveel seconden heeft Achilles nodig om de schildpad in te halen?

- A. 99 B. 100 C. 110 D. 990 E. meer dan 1000

B In 10 seconden loopt Achilles 100 meter en de schildpad 1 meter. Achilles haalt dus in 10 seconden 99 meter in.

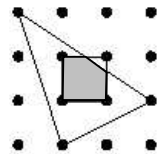
21. Marianne schrijft in alle drie de hoeken van de driehoek hiernaast een van de getallen 1, 2, 3, 4 of 5. Geen van de getallen links of rechts is kleiner dan het getal bovenin. Hoeveel verschillende resultaten kan zij krijgen?

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 55 E. 125

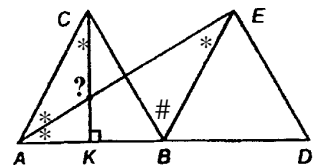


- D Bij een 1 bovenin heb je onderin aan beide hoeken 5 mogelijkheden, dus totaal $5 \times 5 = 25$ mogelijkheden. Zo doorgaand krijg je totaal $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$ mogelijkheden.
22. Op het verjaardagsfeestje van Wendy zijn er voor ieder kind zes glaasjes fris. Onverwacht komen er ook nog drie nichtjes van Wendy binnen. Nu zijn er nog vijf glaasjes fris voor ieder kind. Hoeveel kinderen waren er op het feestje voordat de nichtjes binnenkwamen?
A. 4 B. 11 C. 14 D. 15 E. 18
- D De drie nichtjes krijgen samen $3 \times 5 = 15$ glaasjes fris. Dit is wat de andere kinderen totaal zijn kwijtgeraakt. Ieder van die andere kinderen krijgt 1 glaasje fris minder, dus er zijn 15 andere kinderen.
23. In een reservaat leven veel vrouwtjeskangoeroes. Van deze vrouwtjeskangoeroes is 25% lichtbruin en 75% donkerbruin. Van de lichtbruine heeft 50% een jong, van de donkerbruine heeft 20% een jong. Van alle vrouwtjeskangoeroes hebben er 99 een jong. Hoeveel vrouwtjeskangoeroes leven er in het reservaat?
A. 99 B. 240 C. 300 D. 340 E. 360
- E Van alle vrouwtjeskangoeroes heeft 50% van 25% + 20% van 75% = $12,5\% + 15\% = 27,5\%$ een jong. Dit zijn er 99. Dan is $27,5\%/11 = 2,5\% = 99/11 = 9$ en $100\% = 40 \times 2,5\% = 40 \times 9 = 360$.

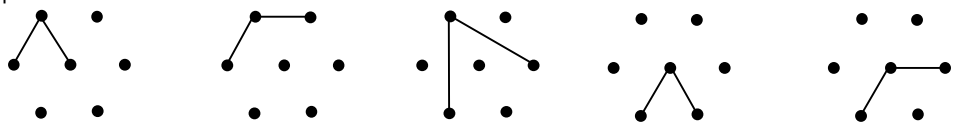
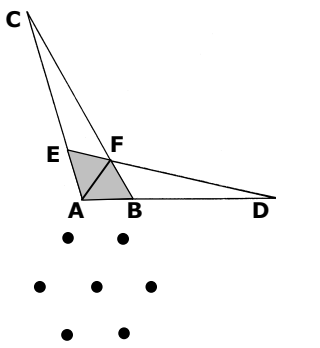
24. De afstand tussen twee buurpunten in de figuur is 1. Wat is de oppervlakte van het gemeenschappelijk deel van de driehoek en het vierkant?
A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{9}{10}$ C. $\frac{11}{12}$ D. $\frac{14}{15}$ E. $\frac{15}{16}$
- C De oppervlakte van het vierkant is 1. Het kleine driehoekje buiten de grote driehoek heeft zijden $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ (de zijde rechtsboven van de grote driehoek gaat 3 naar rechts, 2 naar beneden). De oppervlakte van dat kleine driehoekje is dus $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.
25. Tijdens de drie zomermaanden is een hotel voor 88% bezet, de andere maanden voor slechts 40%. Voor hoeveel % is het hotel in het hele jaar gemiddeld bezet?
A. 48% B. 52% C. 64% D. 80% E. 128%
- B $(3 \times 88 + 9 \times 40)/12 = 52\%$



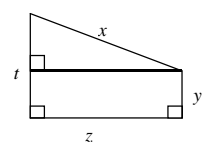
26. De driehoeken ABC en BDE zijn gelijkzijdig. B is het midden van AD en CK staat loodrecht op AB. Hoe groot is de hoek met het vraagteken?
A. 60° B. 90° C. 120° D. 135° E. 150°
- C De hoeken in ABC en BDE zijn allemaal 60° , dus ook de hoek met een #. Driehoek ABE is gelijkbenig, want AB en BE zijn allebei even lang als BD. Dus zijn de hoekjes met een * in ABE allebei $(180^\circ - 2 \times 60^\circ) / 2 = 30^\circ$. Ook de hoekjes met een * in ABC zijn 30° . Dus de hoek met ? is $180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$.



27. De driehoeken ABC en ADE zijn gelijk. AB en AE zijn 1, AC en AD zijn 4. De oppervlakte van vierhoek ABFE is ... keer zo groot als de oppervlakte van driehoek ABC.
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{2}{3}$
- C Trek het lijnstuk AF. De driehoeken AFE en AFC hebben dezelfde hoogte en basis AC is 4 x basis AE. Dus is de oppervlakte van AFC 4 x de oppervlakte van AFE. Hetzelfde geldt voor ADF en ABF. ABF en AFE hebben dezelfde oppervlakte, beiden $\frac{1}{4}$ deel van driehoek AFC, dus $\frac{1}{5}$ deel van driehoek ABC.
28. In de figuur hiernaast kun je een letter V tekenen tussen drie punten die niet samen op één lijn liggen en waarvan er twee dezelfde afstand hebben tot het derde punt. Hoeveel V's zijn er in deze figuur te tekenen?
A. 6 B. 18 C. 20 D. 30 E. 36
- E Voor elk van de 6 randpunten kun je $2+1+1 = 4$ V's met dat punt als derde punt maken, voor het middelpunt $6 \times 2 = 12$:



29. Een rechthoekig trapezium is een figuur zoals hiernaast staat. De zijden van een rechthoekig trapezium hebben gehele lengten en de omtrek is 16. Hoe lang is de kortste van de evenwijdige zijden?
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5
- B Trek een hulplijn (zie hiernaast), deze verdeelt de vierhoek in een rechthoek met zijden y en z en een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden z en t-y en schuine zijde x. Dit zijn gehele getallen die moeten voldoen aan de stelling van Pythagoras en daarnaast samen kleiner zijn dan 16. Dit kan maar op twee manieren: $z = 3, t - y = 4$ en $x = 5$ of $z = 4, t - y = 3$ en $x = 5$. In beide gevallen is de omtrek van de vierhoek gelijk aan $t - y + y + z + y + x = 12 + 2y$. Dus $2y = 4, y = 2$.



30. Leon schrijft getallen van vier cijfers op. Als je de som van de laatste twee cijfers optelt bij het getal gevormd door de eerste twee cijfers, dan krijg je het getal gevormd door de laatste twee cijfers, bijvoorbeeld $6370: 7 + 0 + 63 = 70$. Hoeveel van deze getallen kan Leon opschrijven?
A. 10 B. 45 C. 50 D. 80 E. 90
- D De mogelijke getallen zijn 1820, 1821, ..., 1829, 2730, 2731, ..., 2739, 3640, 3641, ..., 3649, 4550, ..., 5460, ..., 6370, ..., 7280, ..., 8190, ..., 8199. De getallen eindigend op 00 t/m 09 of 10 t/m 19 kunnen geen van alle. Leon kan dus 80 van deze getallen opschrijven.